GEOMETRÍA y TRIGONOMETRIA 2025-B

COMPETENCIA GENERAL: Resuelve funciones de problemas de funciones exponenciales y logarítmicas de la geometría euclidiana y la trigonometría en situaciones teóricas y reales de su entorno personal, social y global

COMPETENCIA I: **FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS**	COMPETENCIA II: **GEOMETRÍA EUCLIDIANA**	COMPETENCIA III: **TRIGONOMETRÍA**
Emplea las propiedades de las funciones exponenciales y logarítmicas en situaciones teóricas y reales de su entorno personal, social y/o global 30%	Utiliza el método axiomático deductivo-inductivo para establecer un lenguaje formal 35%	Emplea funciones trigonométricas en la solución de triángulos y ecuaciones que se presentan en situaciones de su entorno académico, personal y/o social 35%
Funciones y ecuaciones exponenciales y logarítmicas Propiedades de los logaritmos Ángulos, conversiones Rectas paralelas cortadas por una secante Ángulos en una circunferencia Polígonos, Aéreas y perímetros	Triángulos Semejanza y congruencia Teorema de Tales y Pitágoras Funciones trigonométricas Angulo de elevación y depresión Funciones trigonométricas en el plano Ángulos notables	Identidades trigonométricas Ecuaciones trigonométricas Ley de senos y ley de cosenos Solución de triángulos Problemas

Bibliografía:

Profesor: Carlos Núñez Vence

Toribio Cruz "GEOMETRÍA Y TRIGONOMETRIA" edimaf
Abelardo Guzmán "GEOMETRÍA Y TRIGONOMETRIA" publicaciones cultural
Ortiz Campos "GEOMETRÍA Y TRIGONOMETRÍA" publicaciones cultural
Fuenlabrada, "GEOMETRÍA Y TRIGONOMERTIA" mac graw hill
CONAMAT "MATEMATICAS SIMPLIFICADAS" Pearson

	lunes	martes	miercoles	jueves	viernes
07:00-08:00	2im9	2im9	2im9	2im9	2im9
08:00-09:00	AA	AA	AA	2im18	2im18
09:00-10:00	2im16	2im16	2im16	2im16	2im16
10:00-11:00	PIT	PIT	PIT	PIT	2im6
11:00-12:00	2im6	2im6	2im6	2im6	PAT
12:00-13:00	2im18	2im18	2im18	PAT	PIT
13:00-14:00	PAT	PAT	PAT	PA	AA
14:00-15:00	PA	PA	PA	PA	AA

11-17 feb	Función exponencial y logarítmica	6-13 may	T. Pitágoras
18-24 feb	Propiedades de los logaritmos	14-21 may	Razones trigonométricas Reg de EVALUACIÓN
25-3 mar	Ecuaciones exponenciales y logarítmicas	22-28 may	Registro de EVALUACIÓN R. trigonométricas
4-10 mar	Ecu´s exponenciales y logarítmicas, ángulos	29-4 jun	Razones t. Razones de Ángulos notables
11-18 mar	Ángulos, paralelas cortadas por una secante	5-11jun	Funciones trigonométricas
19-25 mar	A en una circunferencia Reg de EVALUACIÓN	12-18 jun	Identidades trigonométricas
26-1 abr	Ángulos en circunferencia	19-25 jun	Identidades trigonométricas y ecuaciones t.
2-8 abr	Polígonos, Triángulos	26-2 jul	Triángulos oblicuángulos: ley de senos y cosenos RE
9-15 abr	Congruencia y semejanza de Triang…, T de Tales	3-7jul	ley de senos y cosenos extraordinario
17-27 abr	Vacaciones	9-11 jul	Pago de ets
16-2 may	Semejanza T. Tales	14-18 jul	ETS
		18-22 ago	Inscripción a 3er semestre

Evaluación: 80% examen, 20% evaluación continua (cuaderno, tarea, trabajos, guías, proyecto aula, actitud)
SE EVALÚA POR COMPETENCIAS: **Para acreditar la unidad de aprendizaje se requiere aprobar minino con 6 las tres competencias**

Normas de clase:

+RESPETO Y TOLERANCIA con la comunidad
+No maltratar el mobiliario ni instalaciones
+Los pasillos no son sala de espera ni de juego
+Los salones no son comedores, ni salas de juego
+Mantener su área de trabajo limpia y ordenada con sus materiales a ocupar
+Si el maestro está en el salón, esperar en silencio el acceso
+No hacer ruidos extraños en la clase
+Cuidar de sus pertenecías en todo momento

Normas de apuntes:

+Las evidencias deben tener enunciado, fecha, desarrollo completo, limpio, ordenado y legible
+Trabajar con lápiz, resultado con tinta en un recuadro.
+Las evidencias deben tener iniciales, grupo y fecha en un recuadro en la parte superior derecha
+Si no tengo apuntes no tengo derecho a preguntar
+Levantar la mano para pedir la palabra
+Si no tengo el 100% de los apuntes completos con fecha y enunciados no tengo derecho a evaluación

____
Nombre y firma del tutor

____
Nombre y firma del alumno

LEY ORGANICA DEL INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL

CAPITULO I
Naturaleza, Finalidades y Atribuciones

ARTICULO 1.- El Instituto Politécnico Nacional es la institución educativa del Estado creada para consolidar, a través de la educación, la Independencia Económica, Científica, Tecnológica, Cultural y Política para alcanzar el progreso social de la Nación, de acuerdo con los objetivos Históricos de la Revolución Mexicana, contenidos en la Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos.

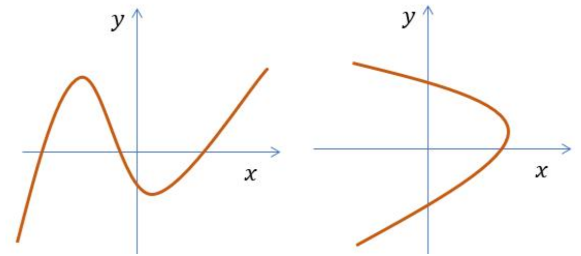
Fe de erratas al artículo DOF 28-05-1982

Funciones

¿Qué es una función?

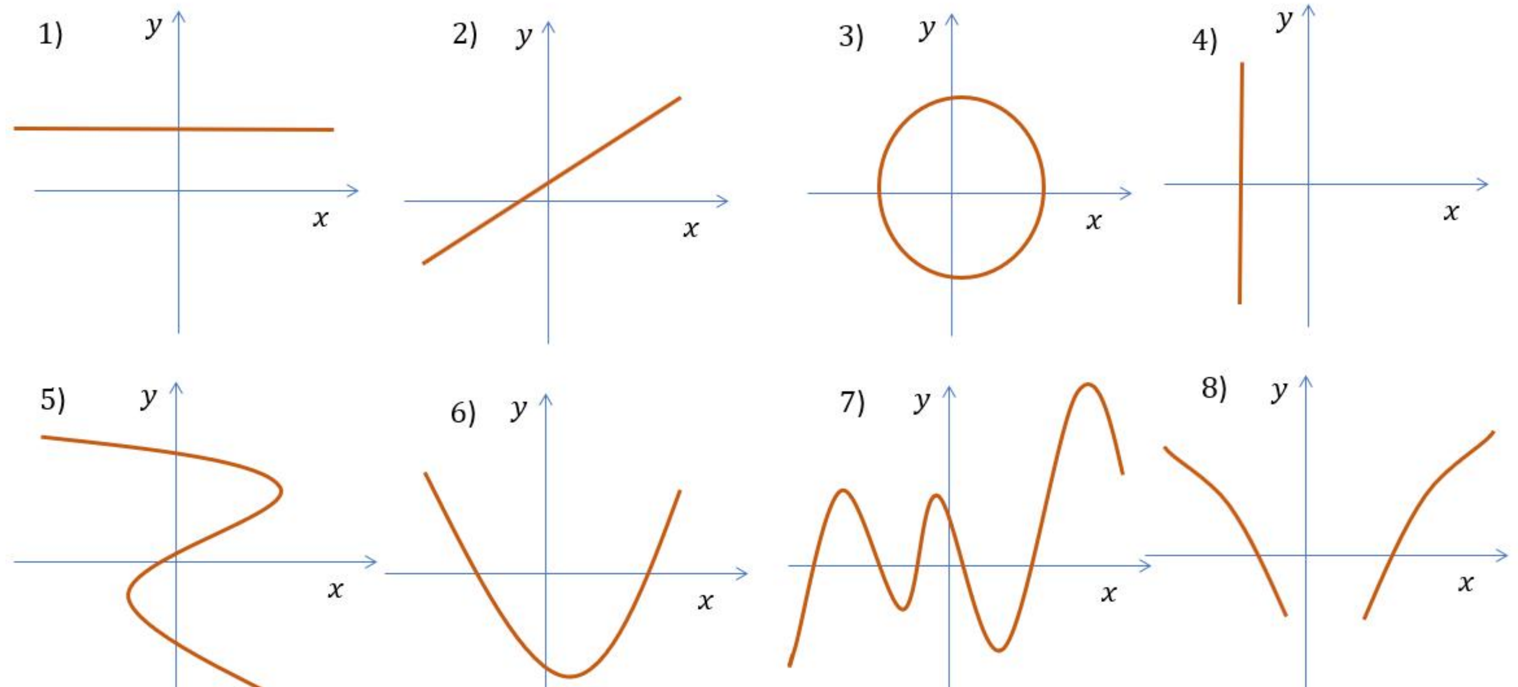
Una función es una relación entre 2 variables donde una depende (variable dependiente, generalmente y) de otra (variable independiente generalmente X) y cada valor de X(la variable independiente) le corresponde un solo valor de y (la variable dependiente (a cada x le correponde un solo valor de y)

Si la línea vertical trazada **interseca la** corresponde **gráfica más de una vez** para algún valor de x, entonces **no es de una función, se llama correlación**. Si la línea vertical interseca la gráfica no más de una vez, no importa dónde se coloque la línea vertical, entonces la curva es el gráfico de una función.



Actividad 1.1 Regla de la vertical

Indica si las siguientes graficas representan una función ó una correlación

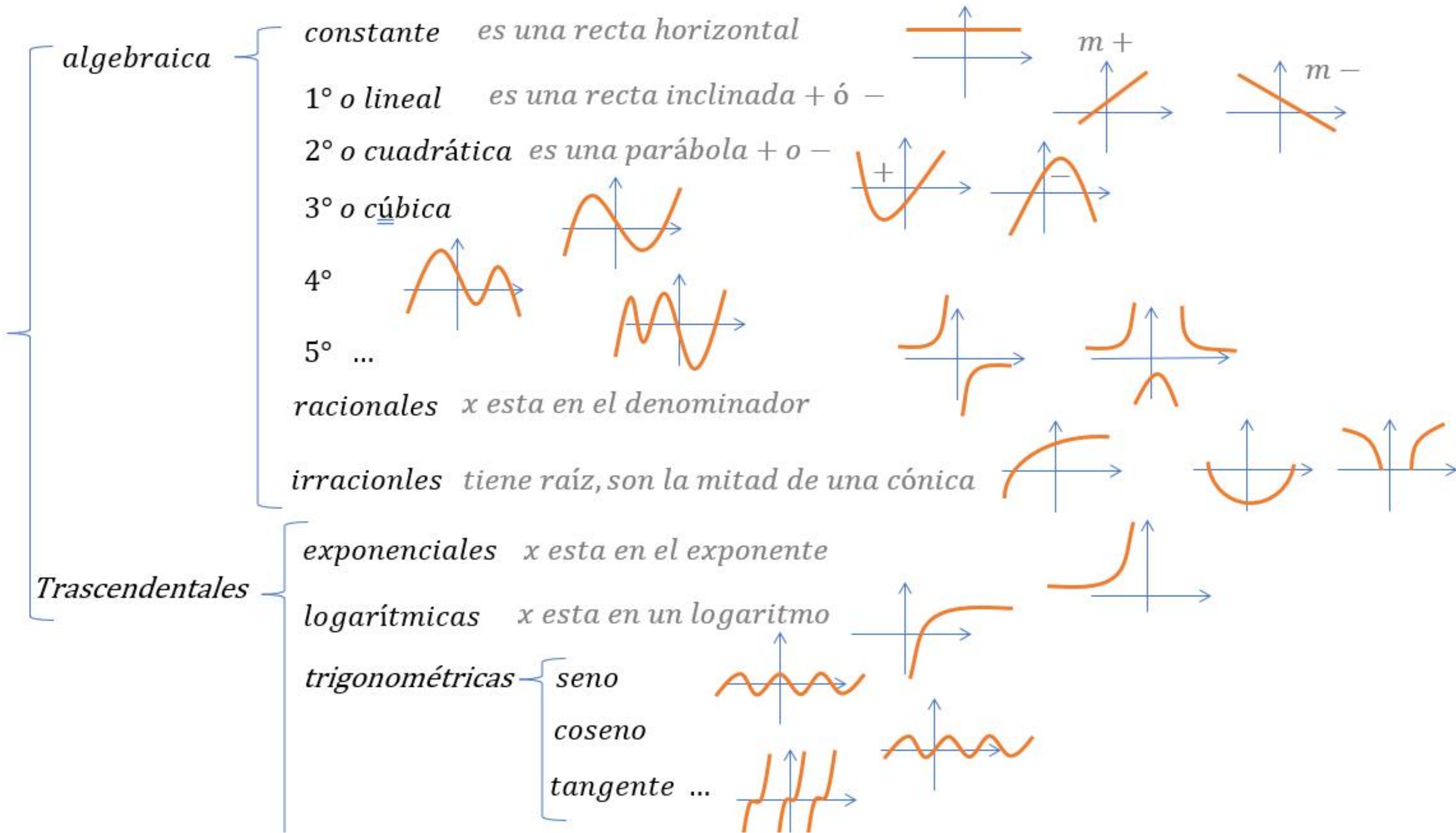


Actividad 1.2 Completa el siguiente cuadro

N°	Notación	Se lee	Significa
1	$f(x)$	Efe de equis	La función efe depende de x
2	$g(x)$	Ge de equis	
3	$y(x)$	Ye de equis	
4	$A(r)$		
5	$f(t)$		
6	$d(t)$		
7	$w(x)$		
8	$z(x)$		
9	$h(l)$		La función h depende de ele
10	$p(r)$		

Tipos de funciones

Existen muchas clasificaciones de funciones para fines de nuestro curso veremos la siguiente:



¿Alguna vez has manejado o escuchado estas funciones? ____________________ ¿Las conoces?______________________

¿Qué sabes de ellas?____

____

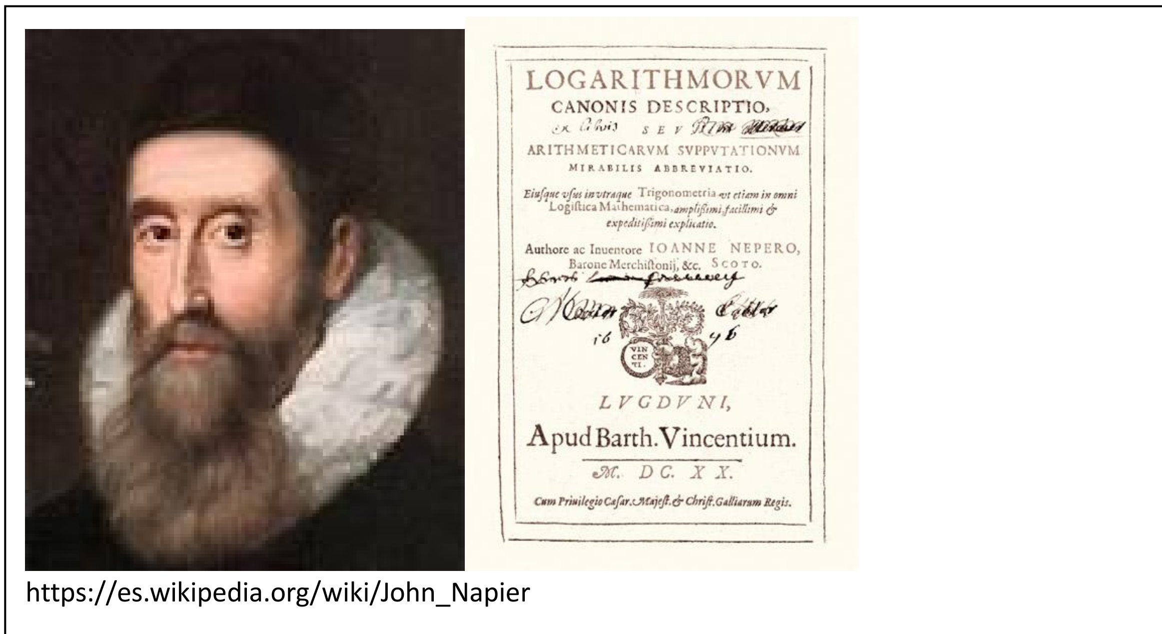
____

¿Cuál nunca la habías escuchado?____

En este semestre trabajaremos con las funciones trascendentales: Exponenciales, logarítmicas y trigonométricas

¿Te imaginas como se hacían las operaciones matemáticas hace 300 años sin el apoyo de los dispositivos electrónicos?

Se realizaban con los logaritmos
El método de los logaritmos fue propuesto públicamente por **John Napier en 1614**, en un libro titulado "Descripción de la maravillosa regla de los logaritmos"



https://es.wikipedia.org/wiki/John_Napier

Los logaritmos permitieron grandes avances en las ciencias ya que con su ayuda se pudieron realizar operaciones muy complejas

Empezaremos con las funciones algebraicas que ya has manejado alguna vez en la secundaria o bachillerato, si no las recuerdas apóyate con tus compañeros ó maestro, para realizar la actividad 1.3

Actividad 1.3 Grafica de funciones

Realiza la gráfica de las siguientes funciones

Para graficar una función se deben dar valores a la variable x para encontrar valores de y, graficar los puntos y unirlos con segmentos para determinar la grafica

1. – $y = -2$

x	y(x)=-2	y
-3	y(-3)=	
-2	y(-2)=	
-1	y(-1)=	
0	y(0)=	
1	y(1)=	
2	y(2)=	
3	y(3)=	

2.- $y = \frac{5}{2}$

x		y
-2	$y(-2) =$	
-1	$y(-1) =$	
0	$y(0) =$	
1	$y(1) =$	
2	$y(2) =$	

3.- $y = x$

x		y
-2	$y(-2) =$	
-1	$y(-1) =$	
0	$y(0) =$	
1	$y(1) =$	
2	$y(2) =$	

4.- $y = -x$

x		y
-2	$y(-2) =$	
-1	$y(-1) =$	
0	$y(0) =$	
1	$y(1) =$	
2	$y(2) =$	

5.- $y = 2x - 3$

x		y
-2	$y(-2) =$	
-1	$y(-1) =$	
0	$y(0) =$	
1	$y(1) =$	
2	$y(2) =$	

6.- $y = -x + 4$

x		y
-2	$y(-2) =$	
-1	$y(-1) =$	
0	$y(0) =$	
1	$y(1) =$	
2	$y(2) =$	

7.- $y = 3x - 1$

x		y
-2	$y(-2) =$	
-1	$y(-1) =$	
0	$y(0) =$	
1	$y(1) =$	
2	$y(2) =$	

8.- $y = -2x + 4$

x		y
-2	$y(-2) =$	
-1	$y(-1) =$	
0	$y(0) =$	
1	$y(1) =$	
2	$y(2) =$	

9. – $y = x^2 + 3$

x		y
-2	$y(-2) =$	
-1	$y(-1) =$	
0	$y(0) =$	
1	$y(1) =$	
2	$y(2) =$	

10.- $y = -x^2 + 5$

x		y
-2	$y(-2) =$	
-1	$y(-1) =$	
0	$y(0) =$	
1	$y(1) =$	
2	$y(2) =$	

11.- $y = 2x^2 - 1$

x		y
-2	$y(-2) =$	
-1	$y(-1) =$	
0	$y(0) =$	
1	$y(1) =$	
2	$y(2) =$	

12.- $y = -3x^2 + 7$

x		y
-2	$y(-2) =$	
-1	$y(-1) =$	
0	$y(0) =$	
1	$y(1) =$	
2	$y(2) =$	

Funciones exponenciales y logarítmicas

Función exponencial es aquella que tiene la incógnita en el exponente $y = 3^x$

Función logarítmica es aquella que tiene una variable dentro de un logaritmo $y = \log_4(x)$

Definición de logaritmo:

El logaritmo de base **b** de un número es el exponente al cual se debe elevar la base para obtener ese número

La podemos representar con la siguiente expresión

$\log_b N = E$	$b^E = N$
Forma logarítmica	**Forma exponencial**

Actividad 1.3 Grafica de funciones Exponenciales y logarítmicas

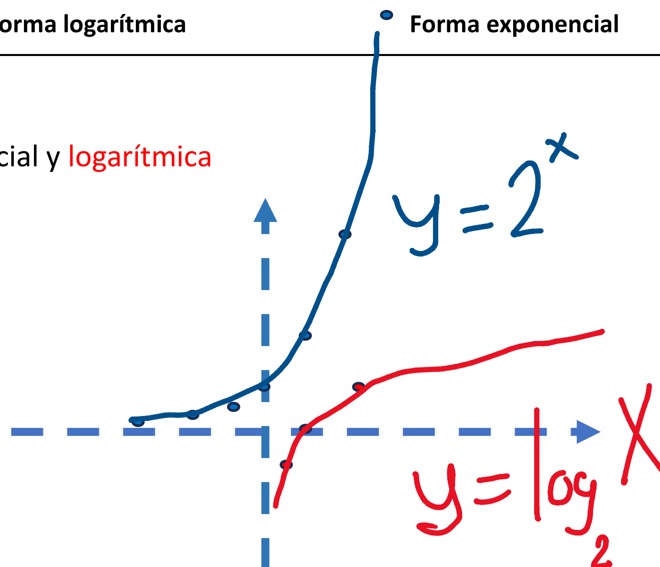
Realiza la gráfica de las siguientes funciones es su forma exponencial y logarítmica

1.- $y = 2^x$

x	$f(x) = 2^x$	y
-3	$= 2^{-3} = \frac{1}{2^3}$	$\frac{1}{8} = 0.125$
-2	$f(-2) = 2^{-2} = \frac{1}{2^2}$	$\frac{1}{4}$
-1	$f(-1) = 2^{-1} = \frac{1}{2^1}$	$\frac{1}{2}$
0	$f(0) = 2^0 =$	1
1	$f(1) = 2^1$	2
2	$f(2) = 2^2 = 4$	4
3	$f(3) = 2^3 = 8$	8

$y = \log_2 x$

x	y
$\frac{1}{8}$	-3
$\frac{1}{4}$	-2
$\frac{1}{2}$	-1
1	0
2	1
4	2
8	3

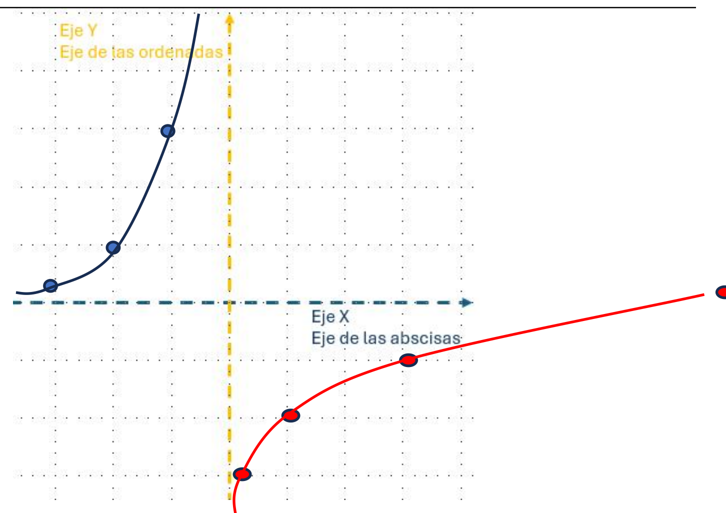


2.- $y = 3^{x+2}$

x		y
-3	$y(-3) = 3^{-3+2} = 3^{-1} = \frac{1}{3^1}$	$\frac{1}{3}$
-2	$y(-2) = 3^{-2+2} = 3^0$	1
-1	$y(-1) = 3^{-1+2} = 3^1$	3
0	$y(0) = 3^{0+2} = 3^2$	9
1	$y(1) = 3^{1+2} = 3^3$	27
2	$y(2) = 3^{2+2} = 3^4$	81
3	$y(3) = 3^{3+2} = 3^5$	243

$y = \log_3(x + 2)$

x	y
$\frac{1}{3}$	-3
1	-2
3	-1
9	0
27	1
81	2
243	3



3.- $y = 2^{-x}$

x		y
-3	$y(-3) =$	
-2	$y(-2) =$	
-1	$y(-1) =$	
0	$y(0) =$	
1	$y(1) =$	
2	$y(2) =$	
3	$y(3) =$	

$y = \log_2 -x$

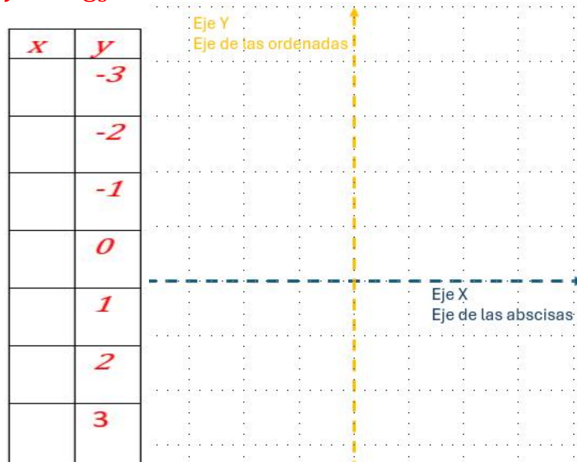
x	y
	-3
	-2
	-1
	0
	1
	2
	3

Eje Y
Eje de las ordenadas
Eje X
Eje de las abscisas

4.- $y = 3^{-x}$

x		y
-3	$y(-3) =$	
-2	$y(-2) =$	
-1	$y(-1) =$	
0	$y(0) =$	
1	$y(1) =$	
2	$y(2) =$	
3	$y(3) =$	

$y = \log_3 -x$



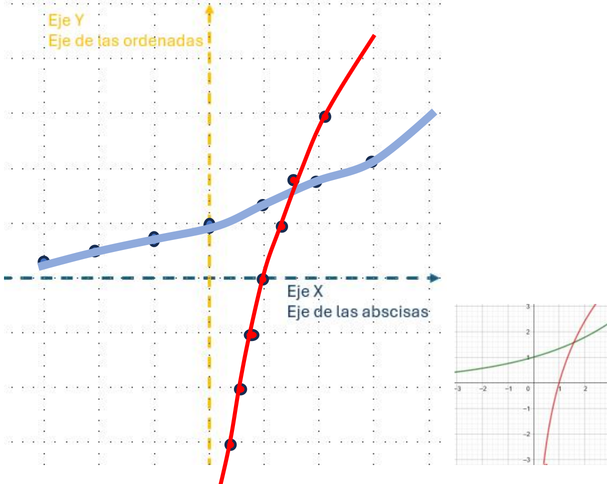
5.- $y = \left(\frac{4}{3}\right)^x$

x	$f(x) = \left(\frac{4}{3}\right)^x$	y
-3	$f(-3) = \left(\frac{4}{3}\right)^{-3} = \frac{4^{-3}}{3^{-3}} = \frac{3^3}{4^3}$	$\frac{27}{64}$
-2	$f(-2) = \left(\frac{4}{3}\right)^{-2} = \frac{4^{-2}}{3^{-2}} = \frac{3^2}{4^2}$	$\frac{9}{16}$
-1	$f(-1) = \left(\frac{4}{3}\right)^{-1} = \frac{4^{-1}}{3^{-1}} = \frac{3^1}{4^1}$	$\frac{3}{4}$
0	$f(0) = \left(\frac{4}{3}\right)^{0} = 1$	1
1	$f(1) = \left(\frac{4}{3}\right)^{1} = \frac{4^1}{3^1}$	$\frac{4}{3}$
2	$f(2) = \left(\frac{4}{3}\right)^{2} = \frac{4^2}{3^2}$	$\frac{16}{9}$
3	$f(3) = \left(\frac{4}{3}\right)^{3} = \frac{4^3}{3^3}$	$\frac{64}{27}$

$y = \log_{\frac{4}{3}} x$

x	y
$\frac{27}{64}$	-3
$\frac{9}{16}$	-2
$\frac{3}{4}$	-1
1	0
$\frac{4}{3}$	1
$\frac{16}{9}$	2
$\frac{64}{27}$	3

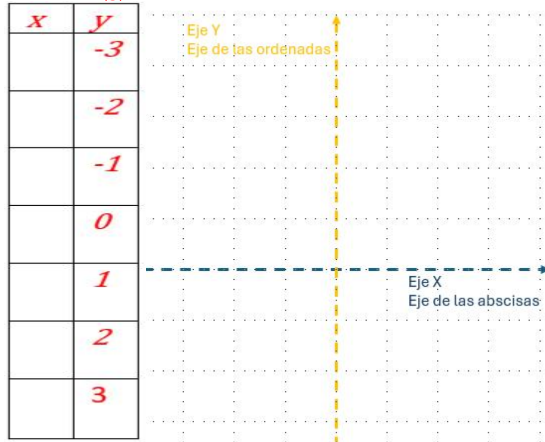
$y = \log_{\left(\frac{4}{3}\right)} x$



6.- $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$

x		y
-3	$y(-3) =$	
-2	$y(-2) =$	
-1	$y(-1) =$	
0	$y(0) =$	
1	$y(1) =$	
2	$y(2) =$	
3	$y(3) =$	

$y = \log_{\left(\frac{2}{3}\right)} x$

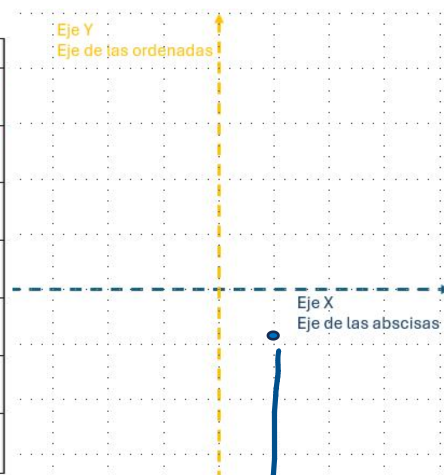


7.- $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

x		y
-3	$y(-3) =$	
-2	$y(-2) =$	
-1	$y(-1) =$	
0	$y(0) =$	
1	$y(1) =$	
2	$y(2) =$	
3	$y(3) =$	

$y = \log_{\left(\frac{1}{3}\right)} x$

x	y
	-3
	-2
	-1
	0
	1
	2
	3

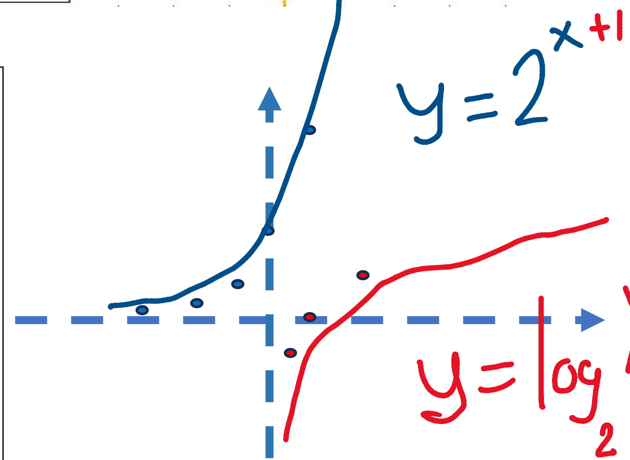


8- $y = 2^{x+1}$

x	$f(x) = 2^{x+1}$	y
-3	$f(-3) = 2^{-3+1} = 2^{-2} = \frac{1}{2^2}$	$\frac{1}{4}$
-2	$f(-2) = 2^{-2+1} = 2^{-1} = \frac{1}{2^1}$	$\frac{1}{2}$
-1	$f(-1) = 2^{-1+1} = 2^0$	1
0	$f(0) = 2^{0+1} = 2^1$	2
1	$f(1) = 2^{1+1} = 2^2$	4
2	$f(2) = 2^{2+1} = 2^3$	8
3	$f(3) = 2^{3+1} = 2^4$	16

$y = \log_2 x$

x	y
$\frac{1}{4}$	-3
$\frac{1}{2}$	-2
1	-1
2	0
4	1
8	2
16	3



Para trabajar con los logaritmos debemos conocer y manejar las propiedades de los logaritmos

Propiedades de los logaritmos

definición $\log_b N = E \leftrightarrow b^E = N$

propiedad de la suma o producto $\log_b A + \log_b B = \log_b(AB)$

propiedad de la resta o división $\log_b A - \log_b B = \log_b\left(\frac{A}{B}\right)$

propiedad de la potencia $\log_b A^n = n \log_b A$

Usando la definición de logaritmo realiza la siguiente actividad

$\log_b N = E \leftrightarrow b^E = N$

forma logaritmica *forma exponencial*

Cuando en un logaritmo no se le escribe la base, su base es 10

La base del logaritmo natural (ln ó Ln) es: $e = 2.7182\ldots$

Actividad 1.4 Forma exponencial y forma logarítmica

Expresa en forma exponencial o logarítmica los siguientes incisos

F. logarítmica →	**F. exponencial**	**F. exponencial→**	**F. logarítmica**
1. - $\log_3(2x-5) = n$	$3^n = 2x-5$	16.- $3^{2x-1} = n-2$	$\log_3(n-2) = 2x-1$
2.- $\text{Ln}(6x-b) = \frac{3}{2}$	$e^{\frac{3}{2}} = (6x-b)$	17.- $\left(\frac{w}{n}\right)^{\frac{a}{b}} = \frac{p}{q}$	$\log_{\frac{w}{n}}\left(\frac{p}{q}\right) = \frac{a}{b}$
2. - $\log_4\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{3}{2}$		18.- $10^{2x-3} = \frac{n-2}{m+2}$	$log\left(\frac{n-2}{m+2}\right) = 2x-3$
3. - $\log\left(\frac{a}{b}\right) = \left(\frac{5}{w}\right)$	$10^{\frac{5}{w}} = \left(\frac{a}{b}\right)$	19.- $a^{2x+b} = \frac{n-2}{w}$	$\log_a\left(\frac{n-2}{w}\right) = 2x+b$
4. $\log_{\frac{4}{3}}(3x-5) = x-y$		20.- $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{a}{b}} = \frac{2x-3}{y}$	
5. - $\text{Ln}\left(\frac{3}{a}\right) = \frac{w}{y}$		21.- $\left(\frac{w-2}{n+2}\right)^{\frac{a+3}{b}} = \frac{p-1}{q+2}$	$\log_{\frac{w-2}{n+2}}\left(\frac{p-1}{q+2}\right) = \frac{a+3}{b}$
6. - $\log_2\left(\frac{a}{b-x}\right) = \frac{x-3}{2-x}$	$2^{\frac{x-3}{2-x}} = (\frac{a}{b-x})$	22.- $\left(\frac{w}{n-5}\right)^{\frac{p}{q+3}} = \frac{a}{b}$	$\log_{\frac{w}{n-5}}\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{p}{q+3}$
7. - $\ln(ax+b) = w$		23.- $10^{\frac{a}{b}} = \frac{w}{n}$	
8. - $\log\left(\frac{m-2}{2}\right) = \left(\frac{n}{w}\right)$		24.- $e^{\frac{a}{b}} = \frac{5x-3}{4-x}$	$Ln\left(\frac{5x-3}{4-x}\right) = \frac{a}{b}$
9. - $\log_7\left(\frac{a-1}{b+2}\right) = \frac{3}{2}$		25.- $5^{3m} = n+b$	
10. -$\text{Ln}\left(\frac{2x-1}{7}\right) = \frac{b}{2}$	$e^{\frac{b}{2}} = \left(\frac{2x-1}{7}\right)$	26.- $e^{\frac{a+3}{b}} = \frac{p}{q}$	$Ln\left(\frac{p}{q}\right) = \frac{a+3}{b}$
11. - $\log(b) = (z)$	$10^z = (b)$	27.- $10^{-a} = \frac{n}{m}$	
13.- $\log_3\left(\frac{a}{b}\right) = n+3$		28.- $\left(\frac{w}{x-3}\right)^{\frac{a}{b-5}} = \frac{p}{q}$	$\log_{\frac{w}{x-3}}\left(\frac{p}{q}\right) = \frac{a}{b-5}$
14.- $\log_x\left(\frac{ax+y}{w}\right) = \frac{3x}{2}$	$x^{\frac{3x}{2}} = \left(\frac{ax+y}{w}\right)$	29.- $6^{a-2x-1} = \frac{2}{5w}$	$\log_6\left(\frac{2}{5w}\right) = a-2x-1$
15.- $\text{Ln}(w) = pq$		30.- $e^{\frac{n-2}{m+2}} = \frac{2}{3}$	$ln\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{n-2}{m+2}$
16.- $\log_2\frac{1}{16} = -4$	$2^{-4} = \frac{1}{16} = \frac{1}{2^4}$	31.- $e^{\frac{y}{x}} = m$	

Igualdad que contiene una o más incógnitas.

Actividad 1.5 Propiedades de los logaritmos

Utilizando las propiedades de los logaritmos simplifica a un solo logaritmo ó desarrollalos según sea el caso

Simplificar del 1 al 15	**Desarrollar del 16 al 30**
· $\log_3(2x-5)+\log_3(3x+1) =$ $\log_3(2x-5)(3x+1) =$	16.- $\ln\left(\frac{\sqrt{P}}{B^4D^3}\right) =$ $\quad \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ $\frac{potencia}{raíz}$ $\ln P^{\frac{1}{2}} - \ln B^4 - \ln D^3 =$ $\quad \sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$ $\frac{potencia}{raíz}$ $\frac{1}{2}\ln P - 4\ln B - 3\ln D =$
2.- $\ln(6x-b) - \ln(3-x) =$ $\ln\left(\frac{6x-b}{3-x}\right) =$	17.- $\log\left(\frac{A\sqrt{B}}{C\ D^2}\right) = \log\left(\frac{A\ B^{\frac{1}{2}}}{C\ D^2}\right) =$ $\log A + \frac{1}{2}\log B - \log C - 2\log D$
3.- $\log_4\left(\frac{a}{b}\right) = \log_4(x+2)$ $\log_4\left(\frac{a}{b}\right) - \log_4(x+2) =$ $\log_4\left(\frac{\frac{a}{b}}{x+2}\right) =$	18.- $\ln\left(\frac{(6x-b)(3-x)}{x+5}\right) =$ $\ln(6x-b) + \ln(3-x) - \ln(x+5)$
4.- $\log\left(\frac{a}{b}\right) =- \log\left(\frac{x}{2}\right)$	19.- $\log_8\frac{(6x-b)^2(3-x)}{(x+5)^3}$ $= \log_8(6x-b)^2 + \log_8(3-x) - \log_8(x+5)^3$ $= 2\log_8(6x-b) + \log_8(3-x) - 3\log_8(x+5)$
5.- $\log_3 A^2 - \log_3 B^3 + \log_3 D^5 =$ $\log_3\frac{A^2D^5}{B^3} =$	20.- $\log_2\frac{3}{(x+5)^3\ \sqrt{x+4}}$ $= \log_2 3 - 3\log_2(x+5) - \frac{1}{2}\log_2(x+4)$
6.- $\ln A^2 - \ln B^7 - \ln C^3 - \ln D^6 =$ $\ln\left(\frac{A^2}{B^7C^3D^6}\right) =$	21.- $log\left(\frac{A^2B\sqrt{x+1}\ \sqrt[3]{x+2}}{\sqrt{x-4}}\right)$ $log\, A^2 + \log B + \log(x+1)^{\frac{1}{2}} + \log(x+2)^{\frac{1}{3}} - \log(x-4)^{\frac{1}{2}}$ $2log\, A + \log B + \frac{1}{2}\log(x+1) + \frac{1}{3}\log(x+2) - \frac{1}{2}\log(x-4)$
7.- $\log_8 A^2 = -\log_8 B^4 - \log_8 C^5 - \log_8 D^3$ $\log_8 A^2 + \log_8 B^4 + \log_8 C^5 + \log_8 D^3 =$ $\log_8(A^2B^4C^5D^3) =$	22.- $\log_7\left(\frac{3\ D}{(A)^5\ \sqrt{B}}\right)$ $\log_7 3 + \log_7 D - 5\log_7 A - \frac{1}{2}\log_7 B$
8.- $\ln(6x) - \ln(-x) = \ln(3-2x)$ $\ln(6x) - \ln(-x) - \ln(3-2x) =$ $\ln\left(\frac{6x}{(-x)(3-2x)}\right) =$	23.- $\log_3\frac{ABCD}{F}$ $\log_3 A + \log_3 B + \log_3 C + \log_3 D - \log_3 F$
9.- $\log A^2 - \log D^7 = \log C^2 + \log E^3$	24.- $log\frac{1}{(A)^3\ B\ \sqrt{D}}$
10.- $5\log_3 A - 2\log_3 B = 4\log_3 C$ $5\log_3 A - 2\log_3 B - 4\log_3 C =$ $\log_3 A^5 - \log_3 B^2 - \log_3 C^4 =$ $\log_3\left(\frac{A^5}{B^2C^4}\right)$	25.- $\log_4\frac{A^3B^4C^2D^5}{F}$ $= 3\log_4 A + 4\log_4 B + 2\log_4 C + 5\log_4 D - \log_4 F$
11.- $-\frac{1}{2}\ln P - \frac{3}{4}\ln Q - \frac{4}{3}\ln R - \frac{1}{3}\ln W =$ $-\ln P^{\frac{1}{2}} - \ln Q^{\frac{3}{4}} - \ln R^{\frac{4}{3}} - \ln W^{\frac{1}{3}} =$ $Ln\left(\frac{1}{P^{\frac{1}{2}}\,Q^{\frac{3}{4}}\,R^{\frac{4}{3}}\,W^{\frac{1}{3}}}\right)$ $\quad a^{\frac{m}{n}}$ $\frac{potencia}{raíz}$ $= \sqrt[n]{a^m}$ $ln\left(\frac{1}{\sqrt{P^1}\ \sqrt[4]{Q^3}\ \sqrt[3]{R^4}\ \sqrt[3]{W^1}}\right)$	26.- $Ln\left(\frac{1}{A^3B^4C^2D^5}\right)$ $= Ln\,1 - 3LnA - 4LnB - 2LnC - 5LnD$

12.- $\log Q - \frac{1}{3}\log T = 4\log M - 2\log R$

$\log Q - \frac{1}{3}\log T - 4\log M + 2\log R =$

$\log Q - \log T^{\frac{1}{3}} - \log M^4 + \log R^2 =$

$= \log\left(\frac{QR^2}{T^{\frac{1}{3}}M^4}\right)$

27.- $\log_7 \frac{3(x+6)^2 \quad \sqrt{x+4}}{7}$

$= \log_7 3 + 2\log_7(x+6) + \frac{1}{2}\log_7(x+4) - \log_7 7$

13.- $\frac{1}{3}\log_7 A = -\frac{1}{2}\log_7 B + \frac{3}{2}\log_7 D$

$\frac{1}{3}\log_7 A + \frac{1}{2}\log_7 B - \frac{3}{2}\log_7 D =$

$\log_7 A^{\frac{1}{3}} + \log_7 B^{\frac{1}{2}} - \log_7 D^{\frac{3}{2}} =$

$a^{\frac{m}{n}\ \frac{potencia}{raíz}} = \sqrt[n]{a^m}$ $\quad \log_7 \frac{A^{\frac{1}{3}} \quad B^{\frac{1}{2}}}{D^{\frac{3}{2}}} =$

$\log_7\left(\frac{\sqrt[3]{A} \quad \sqrt{B}}{\sqrt{D^3}}\right) =$

28.- $log \frac{1}{(x-2)^3\ B \quad \sqrt{x+4}}$

$= log 1 - 3\log(x-2) - log B - \frac{1}{2}\log(x+4)$

14.- $-\frac{1}{4}\log_7 A - \frac{1}{2}\log_7 B = -\frac{2}{3}\log_7 D$

$-\log_7 A^{\frac{1}{4}} - \log_7 B^{\frac{1}{2}} + \log_7 D^{\frac{2}{3}} =$

$= \log_7 \frac{D^{\frac{2}{3}}}{A^{\frac{1}{4}}\ B^{\frac{1}{2}}}$

$= \log_7 \frac{\sqrt[3]{D^2}}{\sqrt[4]{A}\ \sqrt{B}}$

29.- $log\left(\frac{\sqrt[3]{x+2}}{(W)^3\ B \quad \sqrt{x+1}}\right)$

$\log(x+2)^{\frac{1}{3}} - log W^3 - \log B - log(x+1)^{\frac{1}{2}}$

$\frac{1}{3}\log(x+2) - 3 log W - \log B - \frac{1}{2} log(x+1)$

Actividad 1.6 Propiedades de los logaritmos

Utilizando solamente $\log 2 = 0.301$, $\log 3 = 0.477$, $\log 5 = 0.699$ y $\log 7 = 0.845$ Determinar los siguientes logaritmos: Sin calculadora

1.- $\log 36 =$

Descomponer en factores primos al 36

$36 = 4 * 9 = 2^2 * 3^2$

$= \log(2^2 * 3^2)$

$= 2\log 2 + 2 log 3$

$= 2(0.301) + 2(0.477)$

$= 1.556$

2.- $\log 54 =$

Descomponer en factores primos 54

$54 = 2 * 27 = 2 * 3^3$

$= \log(2 * 3^3)$

$= \log 2 + 3 log 3$

$= 0.301 + 3(0.477)$

$= 1.732$

3.- $\log 81 =$

Descomponer en factores primos al 81

$81 = 3 * 3 * 3 * 3 = 3^4$

$= \log(3^4)$

$= 4 log 3$

$= 4(0.477)$

$= 1.908$

4.- $\log \frac{9}{4} =$

Descomponer en factores primos al 9 y 4

$9 = 3 * 3 = 3^2 \qquad 4 = 2 * 2 = 2^2$

$= \log\left(\frac{3^2}{2^2}\right)$

$= 2\log 3 - 2 log 2$

$= 2(0.477) - 2(0.301)$

$= 0.352$

5.- $\log \frac{12}{21} =$

Descomponer en factores primos al 12 y 21

$12 = 2 * 2 * 3 \qquad 21 = 3 * 7$

$= \log\left(\frac{2^2 * 3}{3 * 7}\right) = \log\left(\frac{2^2}{7}\right)$

$= 2 log 2 - log 7$

$= 2(0.301) - 0.845$

$= -0.243$ log(12/21)=-0.243

6.- $\log \frac{49}{4} =$

Descomponer en factores primos al 49 y 4

$49 = 7 * 7 = 7^2 \qquad 4 = 2 * 2 = 2^2$

$= \log\left(\frac{7^2}{2^2}\right)$

$= 2 log 7 - 2 log 2$

$= 2(0.845) - 2(0.301)$

$= 1.088$ log(49/4)=1.0881

7.- $\log\frac{7}{\sqrt{5}} = log\frac{7}{5^{\frac{1}{2}}}$ $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$

$= \log 7 - \frac{1}{2}\log 5$

$= 0.845 - \frac{1}{2}(0.699)$

$= 0.495$

8.- $\log\frac{8}{\sqrt{35}} = \log\frac{2^3}{(5*7)^{\frac{1}{2}}} = \log\frac{2^3}{5^{\frac{1}{2}}\ 7^{\frac{1}{2}}} =$

Descomponer en factores primos al 8 y 35

$8 = 2*2*2 = 2^3$ $35 = 5*7$

$= \log\left(\frac{2^3}{5^{\frac{1}{2}}\ 7^{\frac{1}{2}}}\right)$

$= 3\log 2 - \frac{1}{2}log5 - \frac{1}{2}log7$

$= 3\,(0.301) - \frac{1}{2}(0.699) - \frac{1}{2}(0.845)$

3(0.301)-(0.699)/2-(0.845)/2=

$= 0.131$ $\log\left(\frac{8}{\sqrt{35}}\right) = 0.1310$

9.- $\log\frac{16}{\sqrt[3]{25}} = \log\frac{2^4}{(5^2)^{\frac{1}{3}}} = \log\frac{2^4}{5^{\frac{2}{3}}} =$

Descomponer en factores primos al 16 y 25

$16 = 2*2*2*2 = 2^4$ $25 = 5^2$

$= \log\left(\frac{2^4}{5^{\frac{2}{3}}}\right)$

$= 4\,log2 - \frac{2}{3}log5$

$= 4(0.301) - \frac{2}{3}(0.699)$

$= 0.738$

10.- $\log\left(\frac{16}{\sqrt[3]{9}}\right) = log\left(\frac{2^4}{(3^2)^{\frac{1}{3}}}\right) =$

Descomponer en factores primos al 16 y 9

$16 = 2*2*2*2 = 2^4$ $9 = 3^2$

$= log\left(\frac{2^4}{3^{\frac{2}{3}}}\right)$

$= 4\,log2 - \frac{2}{3}log3$

$= 4(0.301) - \frac{2}{3}(0.477)$

$= 0.866$

11.- $\log\frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt{15}} = \log\frac{(3^2)^{\frac{1}{3}}}{(3*5)^{\frac{1}{2}}} =$

Descomponer en factores primos al 9 y 15

$9 = 3*3 = 3^2$ $15 = 3*5$

$= \log\frac{3^{\frac{2}{3}}}{3^{\frac{1}{2}}\ 5^{\frac{1}{2}}} = \log\frac{3^{\frac{2}{3}-\frac{1}{2}}}{5^{\frac{1}{2}}} = \log\frac{3^{\frac{1}{6}}}{5^{\frac{1}{2}}} =$

$= \frac{2}{3}log3 - \frac{1}{2}log3 - \frac{1}{2}log5$

$= \frac{2}{3}(0.477) - \frac{1}{2}(0.477) - \frac{1}{2}(0.699)$

$= \frac{1}{6}log3 - \frac{1}{2}log5$

$= \frac{1}{6}(0.477) - \frac{1}{2}(0.699)$

$= -0.27$

12.- $\log\frac{100}{\sqrt[3]{49}} = \log\frac{2^2*5^2}{(7^2)^{\frac{1}{3}}}$ $2\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3}$

Descomponer en factores primos al 100 y 49

$100 = 2*2*5*5 = 2^2*5^2$ $49 = 7^2$

$= \log\frac{2^2*5^2}{7^{\frac{2}{3}}}$

$= 2\,log2 + 2log5 - \frac{2}{3}log7$

$= 2(0.301) + 2(0.699) - \frac{2}{3}(0.845)$

2(0.301)+2(0.699)-2/3 (0.845)=

$= 1.436$ log2=0.301

12.- $\log\frac{16}{\sqrt[3]{25}} =$

14.- $\log\frac{\sqrt[3]{14}}{\sqrt{15}} =$

Descomponer en factores primos al 14 y 15

$14 = 2*7 =$ $15 = 3*5$

$= \log\left(\frac{(2*7)^{\frac{1}{3}}}{(3*5)^{\frac{1}{2}}}\right) = \log\left(\frac{2^{\frac{1}{3}}*7^{\frac{1}{3}}}{3^{\frac{1}{2}}*5^{\frac{1}{2}}}\right)$

$= \frac{1}{3}log2 + \frac{1}{3}log7 - \frac{1}{2}log3 - \frac{1}{2}log5$

$= \frac{1}{3}(0.301) + \frac{1}{3}(0.845) - \frac{1}{2}(0.477) - \frac{1}{2}(0.699)$

$= -0.206$

15.- $\log\frac{10}{\sqrt[4]{50}}$

Actividad 1.6.2 Logaritmos y anti-logaritmo

Determinar el valor de la incógnita sin usar calculadora

$\log_b N = E \quad \leftrightarrow \quad b^E = N$
$logaritmo \qquad anti-logaritmo$

1.- $\log_4 16 = x$ $4^x = 16$ $x = 2$	2.- $log\,1000 = y$ $10^y = 1000$ $y = 3$	3.- $\log 100 = w$ $10^w = 100$ $w = 2$
4.- $\log_4 4 = x$ $4^x = 4$ $x = 1$	5.- $log\,10 = y$ $10^y = 10$ $y = 1$	6.- $\log 100\,000 = w$ $10^w = 100\,000$ $w = 5$
6.- $\log_3 27 = x$ $3^x = 27$ $x = 3$	7.- $\log_5 25 = y$ $5^y = 25$ $y = 2$	9.- $\log_7 49 = w$ $7^w = 49$ $w = 2$
10.- $\log_{27} 27 = x$ $27^x = 27$ $x = 1$	11.- $\log_3 3 = x$ $3^x = 3$ $x = 1$	12.- $\log_b b = x$ $b^x = b$ $x = 1$
13.- $\log_3 1 = x$ $3^x = 1$ $x = 0$	14.- $\text{Ln}\, e = y$ $e^y = e$ $y = 1$	15.- $\log_7 1 = w$ $7^w = 1$ $w = 0$
16.- $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4} = x$ $\left(\frac{1}{2}\right)^x = \frac{1}{4}$ $x = 2$	17.- $\log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{2} = y$ $\left(\frac{1}{4}\right)^y = \frac{1}{2}$ $y = \frac{1}{2}$	18.- $\log_{\frac{1}{9}} \frac{1}{3} = w$ $\left(\frac{1}{9}\right)^w = \frac{1}{3}$ $w = \frac{1}{2}$
19.- $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{8} = x$ $\left(\frac{1}{2}\right)^x = \frac{1}{8}$ $x = 3$	20.- $\log_{\frac{5}{4}} \frac{25}{16} = y$ $\left(\frac{5}{4}\right)^y = \frac{25}{16}$ $y = 2$	21.- $\log_{\frac{2}{3}} \frac{8}{27} = w$ $\left(\frac{2}{3}\right)^w = \frac{8}{27}$ $w = 3$
22.- $\log_{\sqrt{2}} 2 = x$ $\left(\sqrt{2}\right)^x = 2$ $x = 2$	23.- $\log_{\sqrt{3}} 3 = x$ $\left(\sqrt{3}\right)^x = 3$ $x = 2$	24.- $\log_{\sqrt{5}} 5 = x$ $\left(\frac{1}{9}\right)^w = \frac{1}{3}$ $w = \frac{1}{2}$
25.- $\log_{2\sqrt{2}} 8 = x$ $\left(2\sqrt{2}\right)^2 = 8$ $x = 2$	26.- $\log_{2\sqrt{3}} 12 = x$ $\left(2\sqrt{3}\right)^x = 12$ $x = 2$	27.- $\log_{2\sqrt{5}} 20 = x$ $\left(\frac{1}{9}\right)^w = \frac{1}{3}$ $w = \frac{1}{2}$
28.- $\log_3 \sqrt{3} = x$ $(3)^x = \sqrt{3}$ $x = \frac{1}{2}$	29.- $\log_3 \sqrt[4]{3} = x$ $(3)^y = \sqrt[4]{3}$ $y = \frac{1}{4}$	30.- $\log_5 \sqrt[3]{5} = x$ $\left(\frac{1}{9}\right)^w = \frac{1}{3}$ $w = \frac{1}{2}$

Actividad 1.7 Aplicaciones de logaritmos y anti-logaritmo (10^n) $\log_b N = E \leftrightarrow b^E = N$

Aplicando logaritmos y anti-logaritmos determinar el valor de las operaciones siguientes

1.- $\sqrt{120} =$

$x = \sqrt{120}$

$log\ x = log\ \sqrt{120}$

Descompongo en factores primos el 120

$120 = 2 * 2 * 2 * 3 * 5 = 2^3 * 3 * 5$

$log\ x = log\ \sqrt{2^3 * 3 * 5}$

$= \frac{3}{2} log2 + \frac{1}{2}\ log3 + \frac{1}{2} log5$

$= \frac{3}{2}(0.301) + \frac{1}{2}(\ 0.477) + \frac{1}{2}(0.699)$

$log\ x = 1.040$ *aplicamos el anti logaritmo*

$10^{1.040} = x$ $\quad 10\ \text{^}\ 1.040 =$

$10.964 = x$ (120)^ (1/2)=10.964

2.- $\sqrt[3]{100} =$

$x = \sqrt[3]{100}$

$log\ x = log\ \sqrt[3]{100}$

Descompongo en factores primos al 100

$100 = 2 * 2 * 5 * 5 = 2^2 * 5^2$

$log\ x = \ log\ \sqrt[3]{2^2 * 5^2}$

$= \frac{2}{3} log2 + \frac{2}{3}\ log5$

$= \frac{2}{3}(0.301) + \frac{2}{3}(0.699)$

$log\ x = 0.667$ *aplicamos el anti logaritmo*

$10^{0.667} = x$ **10^ 0.667=**

4.645= x

3.- $\sqrt[5]{200} =$ 2.885

$x = \sqrt[5]{200}$

$log\ x = log\ \sqrt[5]{200}$

Descompongo en factores primos el 200

$200 = 2 * 2 * 2 * 5 * 5 = 2^3 * 5^2$

$log\ x = log\ \sqrt[5]{2^3 * 5^2}$

$= \frac{3}{5} log2 + \frac{2}{5}\ log5$

$= \frac{3}{5}(0.301) + \frac{2}{5}(0.699)$

$log\ x = 0.460$ *aplicamos el anti – logaritmo*

$10^{0.460} = x$ $\quad 10\ \text{^}\ 0.460 =$

$2.884 = x$

4.- $\frac{\sqrt{70}}{25} =$

$x = \frac{\sqrt{70}}{25}$

$log\ x = log\ \frac{\sqrt{70}}{25}$

Descompongo en factores primos al 70 y el 25

$70 = 2 * 5 * 7, \ \ 25 = 5^2$

$log\ x = \ log\ \frac{\sqrt{2*5*7}}{5^2}$

$= \frac{1}{2} log2 + \frac{1}{2}\ log5 + \frac{1}{2} log7 - 2 log5$

$= \frac{1}{2}(0.301) + \frac{1}{2}(0.699) + \frac{1}{2}(0.845) - 2(0.699)$

$log\ x = -\ 0.457$ *aplicamos el anti logaritmo*

$10^{-0.476} = x$ $\quad 10\ \text{^} -\ 0.476 =$

0.334= x (70)^ (1/2)/25=

5.- $\frac{\sqrt{50}}{49} =$

$x = \frac{\sqrt{50}}{49}$

$log\ x = log\ \frac{\sqrt{50}}{49}$

Descompongo en factores primos al 50 y el 49

$50 = 2 * 5 * 5 = 2 * 5^2 \qquad 49 = 7^2$

$log\ x = log \frac{\sqrt{2*5^2}}{7^2} = log \frac{2^{\frac{1}{2}} * 5^{\frac{2}{2}}}{7^2}$

$= \frac{1}{2} log2 + \frac{2}{2}\ log5 - 2 log7$

$= \frac{1}{2}(0.301) + (0.699) - 2(0.845)$

1÷2 (0.301)+0.699-2(0.845)=

$log\ x = -\ 0.841$ *aplicamos el anti logaritmo*

$10^{-0.841} = x$ $\quad 10\ \text{^}(-\ 0.841) =$

0.144= x *(50)^ (1/2) ÷49=*

6.- $\frac{\sqrt{1000}}{\sqrt[3]{20}}$ =11.64

$x = \frac{\sqrt{1000}}{\sqrt[3]{20}}$

$log\ x = log\ \frac{\sqrt{1000}}{\sqrt[3]{20}}$

Descompongo en factores primos al 1000 y al 20

$1000 = 2 * 2 * 2 * 5 * 5 * 5 = 2^3 * 5^3$

$20 = 2 * 2 * 5 = 2^2 * 5$

$log\ x = \ log\ \frac{\sqrt{2^3 * 5^3}}{\sqrt[3]{2^2 * 5}} = log\ \frac{2^{\frac{3}{2}} * 5^{\frac{3}{2}}}{2^{\frac{2}{3}} * 5^{\frac{1}{3}}} = \log(2^{\frac{3}{2}-\frac{2}{3}} * 5^{\frac{3}{2}-\frac{1}{3}}) = \log(2^{\frac{5}{6}} * 5^{\frac{7}{6}})$

$= \frac{3}{2} log2 + \frac{3}{2}\ log5 - \frac{2}{3} log2 - \frac{1}{3} log5$

$= \frac{3}{2}(0.301) + \frac{3}{2}(0.699) - \frac{2}{3}(0.301) - \frac{1}{3}(0.699)$

$= \frac{5}{6} log2 + \frac{7}{6} log5$

$= \frac{5}{6}(0.301) + \frac{7}{6}(0.699)$

$log\ x = 1.067$ *aplicamos el anti logaritmo*

$10^{1.067} = x$ **10^ 1.067=**

11.668= x

7.- $\frac{\sqrt{40}}{36} =$

8.- $\frac{\sqrt{240}}{12} =$

9.- $\frac{\sqrt{90}}{\sqrt[3]{4}} =$

$x = \frac{\sqrt{90}}{\sqrt[3]{4}}$

$log\ x = log\ \frac{\sqrt{90}}{\sqrt[3]{4}}$

Descompongo en factores primos al 90 y al 4

$90 = 2 * 3 * 3 * 5 = 2 * 3^2 * 5, \ \ 4 = 2^2$

$log\ x = \ log\ \frac{\sqrt{2*3^2*5}}{\sqrt[3]{2^2}}$

$= \frac{1}{2} log2 + \frac{2}{2}\ log3 + \frac{1}{2} log5 - \frac{2}{3} log2$

$= \frac{1}{2}(0.301) + 0.477 + \frac{1}{2}(0.699) - \frac{2}{3}(0.301)$

$log\ x = 0.776$ *aplicamos el anti logaritmo*

$10^{0.776} = x$ $\quad 10\ \text{^}\ 0.776 =$

5.970= x

10.- $\frac{\sqrt{44}}{16} =$

$x = \frac{\sqrt{44}}{16}$

$log\, x = log\, \frac{\sqrt{44}}{16}$

Descompongo en factores primos al 44 y 16

$44 = 2 * 2 * 11 = 2^2 * 11$

$16 = 2^4$

$log\, x = log \frac{\sqrt{2^2 * 11}}{2^4} = log \frac{2^{\frac{2}{2}} * 11^{\frac{1}{2}}}{2^4} = log\left(2^{1-4} * 11^{\frac{1}{2}}\right)$

$= log\left(2^{-3} * 11^{\frac{1}{2}}\right)$

$= -3log2 + \frac{1}{2}\, log11$

$= -3(0.301) + \frac{1}{2}(1.041)$ 7÷6

-3(0.301)+(1.041.) ÷2=

$log\, x = -0.383$ *aplicamos el anti logaritmo*

$\mathbf{10^{-0.383} = x}$ $10\ \hat{}(-0.383) =$

$0.414 = x$

11.- $\frac{\sqrt{180}}{21} =$

12.- $\frac{\sqrt{600}}{\sqrt[3]{10}} =$ 11.369

$x = \frac{\sqrt{600}}{\sqrt[3]{10}}$

$log\, x = log\, \frac{\sqrt{600}}{\sqrt[3]{10}}$

Descompongo en factores primos al 600 y el 10

$600 = 2 * 2 * 2 * 3 * 5 * 5 = 2^3 * 3 * 5^2$

$10 = 2 * 5$

$log\, x = log \frac{\sqrt{2^3 * 3 * 5^2}}{\sqrt[3]{2 * 5}} = log \frac{2^{\frac{3}{2}} * 3^{\frac{1}{2}} * 5^{\frac{2}{2}}}{2^{\frac{1}{3}} * 5^{\frac{1}{3}}} = log\, 2^{\frac{3}{2}-\frac{1}{3}} * 3^{\frac{1}{2}} * 5^{\frac{2}{2}-\frac{1}{3}}$

$= log\, 2^{\frac{7}{6}} * 3^{\frac{1}{2}} * 5^{\frac{4}{3}}$

$= \frac{7}{6} log2 + \frac{1}{2}\, log3 + \frac{4}{6} log5$

$= \frac{7}{6}(0.301) + \frac{1}{2}(0.477) + \frac{2}{3}(0.699)$

7÷6 (0.301)+ 1÷2 (0.477)+ 2÷3 (0.699)=

$log\, x = 1.056$ *aplicamos el anti logaritmo*

$\mathbf{10^{1.056} = x}$ $10\ \hat{}(1.056) =$

$11.377 = x$ (600)^ (1/2) ÷(10) ^(1/3)=

13.- $\frac{5\sqrt{3}}{16\sqrt{7}} =$

$x = \frac{5\sqrt{3}}{16\sqrt{7}}$

$log\, x = log\, \frac{5\sqrt{3}}{16\sqrt{7}}$

Descompongo en factores primos al 16

$16 = 2 * 2 * 2 * 2 = 2^4$

$log\, x = log \frac{5 * \sqrt{3}}{2^4 * \sqrt{7}} = log \frac{5 * 3^{\frac{1}{2}}}{2^4 * 7^{\frac{1}{2}}}$

$= log5 + \frac{1}{2}\, log3 - 4log2 - \frac{1}{2} log7$

$= (0.699) + \frac{1}{2}(0.477) - 4(0.301) - \frac{1}{2}(0.845)$

0.699+0.477/2-4(0.301)-0.845/2=

$log\, x = -0.689$ *aplicamos el anti logaritmo*

$\mathbf{10^{-0.689} = x}$ $10\ \hat{}(-0.689) =$

$0.205 = x$

(5*(3)^(1/2))/(16*(7)^(1/2))=

14.- $\frac{\sqrt{18}}{21\sqrt{5}} =$

$x = \frac{\sqrt{18}}{21\sqrt{5}}$

$log\, x = log\, \frac{\sqrt{18}}{21\sqrt{5}}$

Descompongo en factores primos al 18 y 21

$18 = 2 * 3 * 3 = 2 * 3^2$, $21 = 3 * 7$

$log\, x = log \frac{\sqrt{2 * 3^2}}{3 * 7 * \sqrt{5}} = log \frac{2^{\frac{1}{2}} * 3^{\frac{2}{2}}}{3 * 7 * 5^{\frac{1}{2}}}$

$= \frac{1}{2} log2 - log7 - \frac{1}{2} log5$

$= \frac{1}{2}(0.301) - (0.845) - \frac{1}{2}(0.699)$

0.301/2-0.845-0.699/2=

$log\, x = -1.044$ *aplicamos el anti logaritmo*

$\mathbf{10^{-1.044} = x}$ $10\ \hat{}(-1.044) =$

$0.090 = x$

15.- $\frac{3\sqrt{40}}{4\sqrt[3]{50}} =$ 1.288

$x = \frac{3\sqrt{40}}{4\sqrt[3]{50}}$

$log\, x = log\, \frac{3\sqrt{40}}{4\sqrt[3]{50}} = log \frac{3\sqrt{2^3 * 5}}{4\sqrt[3]{2 * 5^2}}$

Descompongo en factores primos al 40, 50 y 4

$40 = 2 * 2 * 2 * 5 = 2^3 * 5^2$, $50 = 2 * 5 * 5 = 2 * 5^2$

$\log x = \log \frac{3 * 2^{\frac{3}{2}} * 5^{\frac{1}{2}}}{2^2 * 2^{\frac{1}{3}} * 5^{\frac{2}{3}}}$

$= \log\left(3 * 2^{\frac{3}{2}-2-\frac{1}{3}} * 5^{\frac{1}{2}-\frac{2}{3}}\right)$ $\frac{3}{2} - 2 - \frac{1}{3} = \frac{9-12-2}{6} = -\frac{5}{6}$

$= \log\left(3 * 2^{-\frac{5}{6}} * 5^{-\frac{1}{6}}\right)$ $\frac{1}{2} - \frac{2}{3} = \frac{3-4}{6} = -\frac{1}{6}$

$= log3 - \frac{5}{6} log2 - \frac{1}{6} log5$

$= 0.477 - \frac{5}{6}(0.301) - \frac{1}{6}(0.699)$

$log\, x = 0.1096$ *aplicamos el anti logaritmo*

$\mathbf{10^{0.110} = x}$ **10^ 0.110=**

$1.288 = x$

Ecuaciones logarítmicas

Son aquellas que tiene la incógnita dentro de un logaritmo

Pasos para resolverlas:

1 Se simplifica a un solo logaritmo aplicando las propiedades de los logaritmos

2 Se pasa a su forma exponencial o anti-logaritmo aplicando la definición de logaritmo $\log_b N = E \leftrightarrow b^E = N$

3 Se resuelve la ecuación obtenida 1°, 2°, exponencial …

4 Si es necesario se Comprueba sustituyendo en la ecuación original

Actividad 1.8 Ecuaciones logarítmicas

Resolver las siguientes ecuaciones logarítmicas

1. $\log_3(2x-5)=2$ $3^2=2x-5$ 1° $9=2x-5$ $9+5=2x$ $14=2x$ $\frac{14}{2}=x$ $x=7$	**A.** $\log_x 9=2$ $x^2=9$ $x=\pm\sqrt{9}$ $x=\pm 3$	**1.** $\log_3(3x-6)-\log_3(3x-5)=2$ $\log_3\frac{3x-6}{3x-5}=2$ $3^2=\frac{3x-6}{3x-5}$ $9(3x-5)=3x-6$ 1° $27x-45=3x-6$ $27x-3x=-6+45$ $24x=39$ $x=\frac{39}{24}$ $x=\frac{13}{8}$
2. $\log_5(x-3)=1$ $5^1=x-3$ $5+3=x$ $8=x$	**B.** $\log_x 8=3$ $x^3=8$ $x=\sqrt[3]{8}$ $x=2$	**2.** $\log_3(3x+6)+\log_3(3x-5)=2$ $\log_3(3x+6)(3x-5)=2$ $3^2=(3x+6)(3x-5)$ $9=9x^2-15x+18x-30$ 2° $9x^2+3x-39=0$ 2° → *forma general* $ax^2+bx+c=0$ *completando cuadrados* 1 Divido entre 9 y simplifico $x^2+\frac{3}{9}x-\frac{39}{9}=0$ $x^2+\frac{1}{3}x-\frac{13}{3}=0$ 2 Ordeno $x^2+\frac{1}{3}x+____=\frac{13}{3}+____$ 3 Completar cuadrados $x^2+\frac{1}{3}x+\left(\frac{1}{6}\right)^2=\frac{13}{3}+\left(\frac{1}{6}\right)^2$ $=\frac{13}{3}+\frac{1}{36}=\frac{156+1}{36}=\frac{157}{36}$ 4 Factorizo el TCP $\left(x+\frac{1}{6}\right)^2=\frac{157}{36}$ 5 Elimino el cuadrado con la raíz $x+\frac{1}{6}=\pm\sqrt{\frac{157}{36}}$ $x=-\frac{1}{6}\pm\frac{\sqrt{157}}{6}=\frac{-1\pm\sqrt{157}}{6}$
3. $\log_3(3x+4)=0$	**C.** $\log_x 25=2$ $(x)^2=25$ **Saco raíz** $\sqrt{(x)^2}=\pm\sqrt{25}$ $x=\pm 5$	**3.** $\log_2(x+2)-\log_2(x-5)=3$ $\log_2\frac{x+2}{x-5}=3$ $2^3=\frac{x+2}{x-5}$ $8(x-5)=x+2$ 1° $8x-40=x+2$ $8x-x=2+40$ $7x=42$ $x=\frac{42}{7}=6$
4. $\log_4(2x-5)=2$	**D.** $\log_{x-2}12=2$ $(x-2)^2=12$ **Saco raíz** $\sqrt{(x-2)^2}=\pm\sqrt{12}$ $x-2=\pm\sqrt{12}$ $x=2\pm\sqrt{4*3}$ $x=2\pm 2\sqrt{3}$	**4.** $\log_2(x+2)+\log_2(x-5)=3$ $\log_2(x+2)(x-5)=3$ $2^3=(x+2)(x-5)$ $8=x^2-5x+2x-10$ 2° → *forma general* $ax^2+bx+c=0$ $x^2-3x-18=0$ por factorización $x^2-3x-18=0$ $(x-6)(x+3)=0$ $x=6$, $x=-3$
5. $\log_5(6x+5)=2$	**E.** $\log_{x+3}7=2$	**5.** $\log_4(2x+6)-\log_4(x+3)=\frac{1}{2}$ $\log_4\frac{2x+6}{x+3}=\frac{1}{2}$ $4^{\frac{1}{2}}=\frac{2x+6}{x+3}$ $a^{\frac{1\ potencia}{n\ raíz}}=\sqrt[n]{a}$ $2(x+3)=2x+6$ 1° $2x+6=2x+6$ $2x-2x=6-6$ $0=0$ *no tiene solución porque se elimino x*

6. $\log_6(x-1)=0$	**F.** $\log_{\sqrt{x-3}} 6 = 2$ $(\sqrt{x-3})^2 = 6$ $x-3=6$ $x=6+3$ $x=9$	**6.** $\log_4(2x+6)+\log_4(x+3)=\frac{1}{2}$ $\log_4(2x+6)(x+3)=\frac{1}{2}$ $4^{\frac{1}{2}}=(2x+6)(x+3)$ $2=2x^2+6x+6x+18$ 2° → *forma general 2°* $ax^2+bx+c=0$ $2x^2+12x+16=0$ Completando cuadrados Divido ÷ 2 $x^2+6x+8=0$ Ordeno $x^2+6x+\quad=-8$ Completo cuadrados $x^2+6x+(3)^2=-8+(3)^2$ $=-8+9$ Factorizo y saco raíz $(x+3)^2=1$ $\sqrt{(x+3)^2}=\pm\sqrt{1}$ $x+3=\pm 1$ $x=-3\pm 1 \begin{cases}-3+1=-2\\-3-1=-4\end{cases}$
7. $\log_{\sqrt{2}}(2x-3)=4$	**G.** $\log_{\sqrt{x+2}} 7 = 2$	**7.** $\log_5(x+6)-\log_5(2x-5)=1-\log_5(2x-5)$ $\log_5(x+6)-\log_5(2x-5)+\log_5(2x-5)=1$ $\log_5\frac{(x+6)(2x-5)}{(2x-5)}=1$ $\log_5(x+6)=1$ $5^1=x+6$ $5-6=x$ $-1=x$
8. $\log_1(2x+2)=2$	**H.** $\log_{\sqrt{x-1}} 6 = 2$	**8.** $\log_3(2x+6)=1+\log_3(2x-5)-\log_3(x+1)$ $\log_3(2x+6)-\log_3(2x-5)+\log_3(x+1)=1$ $\log_3\frac{(2x+6)(x+1)}{(2x-5)}=1$ $3^1=\frac{(2x+6)(x+1)}{(2x-5)}$ $3(2x-5)=(2x+6)(x+1)$ $6x-15=2x^2+2x+6x+6$ $2x^2+8x-6x+6+15=0$ → *forma general 2°* $ax^2+bx+c=0$ $2x^2+2x+21=0$ Completando cuadrados divido ÷2 $x^2+x+\frac{21}{2}=0$ ordeno $x^2+x\quad=-\frac{21}{2}$ completo cuadrados y factorizo $x^2+x+\left(\frac{1}{2}\right)^2=-\frac{21}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2$ $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=-\frac{21}{2}+\frac{1}{4}$ Saco raíz $\sqrt{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2}=\pm\sqrt{-\frac{41}{4}}$ $x+\frac{1}{2}=\pm\sqrt{-\frac{41}{4}}$ $x=-\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{-41}}{2}$ No tiene solución real, es imaginaria
9. $\log_{\sqrt{3}}(x-4)=2$ $(\sqrt{3})^2=x-4$ $3=x-4$ $3+4=x$ $7=x$	**I.** $\log_{\sqrt{x+5}} 8 = 2$	**9.** $\log(x+6)-\log(x-4)=1-\log(x+3)$ $\log(x+6)-\log(x-4)+\log(x+3)=1$ $\text{Log}\frac{(x+6)(x+3)}{(x-4)}=1$ $10^1=\frac{(x+6)(x+3)}{(x-4)}$ $10(x-4)=(x+6)(x+3)$ $10x-40=x^2+9x+18$ 2° → *forma general* $ax^2+bx+c=0$ $x^2-x+58=0$ $x^2-x+\quad=-58$ $x^2-x+\left(\frac{1}{2}\right)^2=-58+\left(\frac{1}{2}\right)^2$ $=-58+\frac{1}{4}$ $=\frac{-232+1}{4}$ $\sqrt{\left(x-\frac{1}{2}\right)^2}=\sqrt{-\frac{231}{4}}$ **no tiene solución real es imaginaria**
10. $\log_4(3x+2)=2$	**J.** $\log_{2\sqrt{x-4}} 3 = 2$ $(2\sqrt{x-4})^2=3$ $4(x-4)=3$ $4x-16=3$ $4x=3+16$ $x=\frac{19}{4}$	**10.** $\log(2x+6)+\log(x-4)=1$ $\text{Log}(2x+6)(x-4)=1$ $10^1=(2x+6)(x-4)$ $10=2x^2-8x+6x-24$ se iguala a cero 2° → *forma general* $ax^2+bx+c=0$ $2x^2-2x-34=0$ Completando cuadrados 1 divido ÷ 2 $x^2-x-17=0$ 2 ordenar $x^2-x\quad=17$ 3 Completan cuadrados (se suma la mitad al cuadrado del termino lineal a ambos lados) $x^2-x+\left(\frac{1}{2}\right)^2=17+\left(\frac{1}{2}\right)^2$ $=17+\frac{1}{4}$ 4 factorizar y sacar raíz $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{69}{4}$ $\sqrt{\left(x-\frac{1}{2}\right)^2}=\pm\sqrt{\frac{69}{4}}$ $x-\frac{1}{2}=\pm\frac{\sqrt{69}}{2}$ $x=\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{69}}{2}=\frac{1\pm\sqrt{69}}{2}$

11. $\log_{2\sqrt{3}}(2x-1)=2$

K. $\log_{3\sqrt{x+1}}5=2$

11. $\log_2(x+6)-\log_2(2x-5)=1+\log_2(2x-5)$

$\log_2(x+6)-\log_2(2x-5)-\log_2(2x-5)=1$

$\log_2\frac{x+6}{(2x-5)(2x-5)}=1$

$2^1=\frac{x+6}{(2x-5)(2x-5)}$

$2(2x-5)(2x-5)=x+6$

$2(4x^2-10x-10x+25)=x+6$

$8x^2-40x+50-x-6=0$

forma general 2° $ax^2+bx+c=0$

$8x^2-41x+44=0$

Completando cuadrados

Divido ÷ 8

$x^2-\frac{41}{8}x+\frac{44}{8}=0$ $\qquad \frac{44}{8}=\frac{11}{2}$

Ordeno

$x^2-\frac{41}{8}x \qquad =-\frac{11}{2}$

Completo cuadrados

(se suma la mitad al cuadrado del coeficiente lineal a ambos lados)

$x^2-\frac{41}{8}x+\left(\frac{41}{16}\right)^2=-\frac{11}{2}+\left(\frac{41}{16}\right)^2$

$=-\frac{11}{2}+\frac{1681}{256}$

$=-\frac{1408}{256}+\frac{1681}{256}$

Factorizo y saco raíz

$\left(x-\frac{41}{16}\right)^2=\frac{273}{256}$

$\sqrt{\left(x-\frac{41}{16}\right)^2}=\pm\sqrt{\frac{273}{256}}$

$x-\frac{41}{16}=\pm\frac{\sqrt{273}}{16}$

$x=\frac{41}{16}\pm\frac{\sqrt{273}}{16}=\frac{41\pm\sqrt{273}}{16}$

---

12. $\log_{3\sqrt{2}}(x+6)=2$

L. $\log_{2\sqrt{x-7}}4=2$

$\left(2\sqrt{x-7}\right)^2=4$

$4(x-7)=4$

$4x-28=4$

$4x=4+28$

$x=\frac{32}{4}$

$\boldsymbol{x=8}$

12. $\log_3(2x+6)+\log_3(2x-5)=1+\log_3(2x-5)$

$\log_3(2x+6)+\log_3(2x-5)-\log_3(2x-5)=1$

$\log_3\frac{(2x+6)(2x-5)}{2x-5}=1$

$3^1=\frac{(2x+6)(2x-5)}{2x-5}$

$3=2x+6 \qquad 1°$

$3-6=2x$

$-3=2x$

$-\frac{3}{2}=x$

---

13. $\log_{3\sqrt{5}}(x-1)=2$

M. $\log_{x-2}125=3$

13. $\log(x-2)+\log(x-2)=\log(x+4)$

---

14. $\log_{3\sqrt{7}}(2x+1)=2$

$\left(3\sqrt{7}\right)^2=2x-1$

$9*\ 7=2x-1$

$63=2x-1$

$63+1=2$

$64=2x$

$32=x$

N. $\log_{3\sqrt[3]{2x-1}}64=3$

$\left(3\sqrt[3]{2x-1}\right)^3=64$

$27(2x-1)=64$

$54x-27=64$

$54x=64+27$

$54x=91$

$x=\frac{91}{54}$

14. $\log(x+3)-\log(x-3)=1-\log(x-5)$

$\log(x+3)-\log(x-3)+\log(x-5)=1$

$\log\frac{(x+3)(x-5)}{x-3}=1$

$10^1=\frac{(x+3)(x-5)}{x-3}$

$10=\frac{x^2-5x+3x-15}{x-3}$

$10(x-3)=x^2-2x-15$

$10x-30=x^2-2x-15$

forma general $ax^2+bx+c=0$

$x^2-12x+15=0$

$x^2-12x+15=0$

Ordeno

$x^2-12x \qquad =-15$

Completo cuadrados (se suma la mitad al cuadrado del coeficiente lineal)

$x^2-12x+(6)^2=-15+(6)^2$

$=-15+36$

Factorizar y saco raíz

$(x-6)^2=21$

$\sqrt{(x-6)^2}=\pm\sqrt{21}$

$x-6=\pm\sqrt{21}$

$x=6\pm\sqrt{21}$

---

15. $\log_{3\sqrt{3}}(3x+2)=2$

O. $\log_{x-1}81=4$

15. $\log(x+6)-\log(x-4)=-\log(x+3)$

$\log(x+6)-\log(x-4)+\log(x+3)=0$

$\log\frac{(x+6)(x+3)}{x-4}=0$

$10^0=\frac{(x+6)(x+3)}{x-4}$

$1(x-4)=x^2+3x+6x+18$

$x-4=x^2+9x+18$

forma general 2° $ax^2+bx+c=0$

$x^2+8x+22=0$

$x^2+8x+22=0$

Ordeno

$x^2+8x \qquad =-22$

Completo cuadrados (se suma la mitad al cuadrado del coeficiente lineal)

$x^2+8x+(4)^2=-22+(4)^2$

$=-22+16$

Factorizar y saco raíz

$(x+4)^2=-6$

$\sqrt{(x+4)^2}=\pm\sqrt{-6}$

$x+4=\pm\sqrt{-6}$

$x=-4\pm\sqrt{-6}$

No tiene solución real, es imaginaria

Ecuaciones exponenciales

Son aquellas que tiene la incógnita en el exponente   Se pueden resolver de dos formas

Caso I cuando se pueden igualar las bases	Caso II cuando no se pueden igualar las bases
1 Se igualan las bases de los dos extremos de la igualdad descomponiendo en factores primos 2 Se igualan los exponentes Es una igualdad y las bases son iguales se pueden igualar los exponentes 3 Se resuelve la ecuación obtenida 1°, 2°, 4 Si es necesario se Comprueba sustituyendo en la ecuación original	1 Se aplica logaritmo a los dos extremos de la igualdad 2 Se aplica la propiedad de la potencia la potencia multiplica al logaritmo $logA^n = nlog\ A$ 3 Se despeja la incógnita aplicando las propiedades de los números 4 Si es necesario se Comprueba Se sustituye en la ecuación original El caso dos es más práctico, pero requiere calculadora o tabla de logaritmos

Actividad 1.9 Ecuaciones exponenciales

Resolver las siguientes ecuaciones exponenciales

1) $2^{2x-1} = 8$	2) $9^{2x+1} = 81^{3x-4}$	3) $12^{2x+1} = 81^{3x-4}$	4) $e^{2x+1} = 20$
5) $3^{x-2} = 27$	6) $25^{3x-2} = 125^{x}$	7) $30^{3x-2} = 125^{x}$	8) $e^{3x-2} = 16$
9) $5^{3x-2} = 125$	10) $8^{2x+3} = 32^{x-1}$	11) $16^{2x+3} = 32^{x-1}$	12) $e^{2x+3} = 32$

13) $4^{2x+1} = 64$

14) $6^{2x+3} = 36^{x+1}$

15) $9^{2x+3} = 36^{x+1}$

16) $e^{x^2} = 6$

17) $7^{2x-4} = 49$

18) $4^{2x+1} = 8^{2x-3}$

19) $6^{2x+1} = 8^{2x-3}$

20) $e^{x^2} = 9$

21) $4^{2x-3} = 32$

22) $9^{2x+1} = 243^{2x-3}$

23) $9^{2x+1} = 18^{2x-2}$

$\log(9^{2x+1}) = \log(18^{2x-2})$

$(2x+1)\log(9) = (2x - 2)\log(18)$

$2x+1 = (2x-2)\frac{\log(18)}{\log(9)}$

$2x+1 = (2x-2)\,1.3155$

$2x+1 = 2.631x - 2.631$

$2x - 2.631x = -1 - 2.631$

$-0.631x = -3.631$

$x = \frac{-3.631}{-0.631} = 5.754$

24) $e^{x^2} = 100$

25) $9^{x-4} = 27$

26) $5^{4x-2} = 125^{x-1}$

$5^{4x-2} = (5^3)^{x-1}$

$5^{4x-2} = 5^{3x-3}$

$5^{4x-2} = 5^{3x-3}$

$4x - 2 = 3x - 3$ 1°

$4x - 3x = -3 + 2$

$x = -1$

27) $10^{3x-2} = 100^{x-1}$

28) $e^{x^2} = 10$

29) $25^{3x-2} = 125$

30) $16^{2x+3} = 32^{x-1}$

31) $16^{2x+3} = 48^{x-1}$

32) $2^{x^2} \cdot 8 = 8^{3x}$

33) $8^{2x+1} = 64$

34) $6^{2x+3} = 216^{x-2}$

35) $6^{2x+3} = 24^{x-2}$

36) $2^{x^2} \cdot 4 = 8^x$

37) $6^{2x+3} = 36$

38) $4^{2x+1} = 8^{x-3}$

39) $4^{2x+1} = 12^{x-3}$

40) $5^{2x+1} = 25^x \cdot 5^{3x}$

41) $9^{2x+1} = 81^x$

42) $2^{x+1} = 8^{2x-3}$

43) $2^{x+1} = 10^{2x-3}$

44) $3^x = 9^{x+1} \cdot 27^{-2x}$

$3^x = (3^2)^{x+1} \cdot (3^3)^{-2x}$

$3^x = 3^{2x+2} \cdot 3^{-6x}$

$3^x = 3^{2x+2-6x}$

$3^x = 3^{-4x+2}$

$x = -4x + 2$ *1°*

$x + 4x = 2$

$5x = 2$

$x = \frac{2}{5}$

45) $5^{3x-2} = 125^x$

46) $9^{x+4} = 243^{x-3}$

$9^{x+4} = 243^{x-3}$

47) $9^{x+4} = 30^{x-3}$

$\log(9^{x+4}) = \log(30^{x-3})$

$(x+4)\log(9) = (x-3)\log(30)$

$x + 4 = (x-3)\frac{\log(30)}{\log(9)}$

$x + 4 = (x-3)1.548$

$x + 4 = (x-3)1.548$

$x + 4 = 1.548x - 4.644$

$x - 1.548x = -4.644 - 4$

$-0.548x = -8.644$

$x = \frac{-8.644}{-0.548} = 15.77$

48) $2^x = 4^{x+1} \cdot 8^{-2x}$

$2^x = 2^{2(x+1)} \cdot 2^{3(-2x)}$

$2^x = 2^{2x+2} \cdot 2^{-6x}$

$2^x = 2^{2x+2-6x}$

$2^x = 2^{-4x+2}$

$x = -4x + 2$

$x = \frac{2}{5}$

49) $8^{2x+3} = 32^x$	50) $5^{2x+2} = 125^{x-1}$	51) $8^{2x+2} = 80^{x-1}$	52) $5^x = 25^{x+1} \cdot 5$ $5^x = (5^2)^{x+1} \cdot 5$ $5^x = 5^{2x+2} \cdot 5^1$ $5^x = 5^{2x+3}$ $x = 2x + 3$ 1° $x - 2x = 3$ $-x = 3$ (-1) $x = -3$
53) $6^{2x+3} = 36^x$	54) $16^{3x+3} = 32^{x+2}$	55) $16^{3x+3} = 48^{x+2}$	56) $3^{x^2} \cdot 9 = 27^x$ $3^{x^2} \cdot 3^2 = (3^3)^x$ $3^{x^2+2} = 3^{3x}$ $x^2 + 2 = 3x$ 2° *forma general* $\rightarrow ax^2 + bx + c = 0$ $1x^2 - 3x + 2 = 0$ *Completando cuadrados* *1.- Divido entre coeficiente cuadrado 1* *2.- Ordeno* $x^2 - 3x = -2$ *3.-Completo cuadrados* $x^2 - 3x + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = -2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2$ $= -\frac{8}{4} + \frac{9}{4}$ $= \frac{1}{4}$ *4.-Factorizo y saco raíz* $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ $\sqrt{\left(x - \frac{3}{2}\right)^2} = \pm\sqrt{\frac{1}{4}}$ $x - \frac{3}{2} = \pm\frac{1}{2}$ $x = \frac{3}{2} \pm \frac{1}{2} = \frac{3 \pm 1}{2} = \begin{cases} \frac{3+1}{2} = \frac{4}{2} = 2 \\ \frac{3-1}{2} = \frac{2}{2} = 1 \end{cases}$
57) $8^{3x+4} = 64$	58) $8^{3x+3} = 16^{x-1}$	59) $6^{3x+2} = 10^{x+2}$ $\log 6^{3x+2} = \log 10^{x+2}$ $(3x+2)\log 6 = (x+2) log 10$ $(3x+2) = (x+2)\frac{log 10}{log 6}$ $3x + 2 = (x+2)1.285$ $3x + 2 = 1.285x + 2.57$ $3x - 1.285x = 2.57 - 2$ $1.715x = 0.57$ $x = \frac{0.57}{1.715}$ $x = 0.332$	60) $4^{x^2} \cdot 8 = 2^x$

61) $5^{2x+4}=625$	62) $4^{3x+3}=32^{x-2}$	63) $8^{2x-1}=4^{x+3}$	64) $5^{x^2}\cdot 25=125^x$
65) $9^{3x-1}=81^{x-2}$	66) $9^{3x+3}=27^{x+2}$	67) $10^{x+4}=8^{x-1}$	68) $2^{x^2}\cdot 16=16^x$

68) $2^{x^2}\cdot 16=16^x$

$2^{x^2}\cdot 2^4=(2^4)^x$

$2^{x^2+4}=2^{4x}$

$x^2+4=4x$ 2°

forma general $\rightarrow ax^2+bx+c=0$

$1x^2-4x+4=0$

Completando cuadrados

1.- Divido entre coeficiente cuadrado 1

2.- Ordeno (termino cuadrático con lineal y constante del otro lado)

$x^2-4x=-4$

3.-Completo cuadrados (se suma la mitad del coeficiente lineal al cuadrado a ambos lados de la igualdad)

$x^2-4x+(2)^2=-4+(2)^2$

$=-4+4$

$=0$

4.-Factorizo y saco raíz

$(x-2)^2=0$

$\sqrt{(x-2)^2}=\pm\sqrt{0}$

$x-2=\pm 0$

$x=2\pm 0$

$x=2$

Crecimiento exponencial

Un modelo matemático del crecimiento de una población es la siguiente función exponencial:

$$P(t) = P_0 e^{kt}$$

Donde:

$P(t)$: la población en función del tiempo

P_0 : población inicial en $t=0$

e : constante de Euler, base de logaritmo natural $(e=2.718...)$

k : constante k

t :tiempo en horas

Actividad 1.10 Problemas de crecimiento de poblaciones

Resolver los siguientes problemas

1.- Después de 40 horas 100 bacterias se convirtieron en 1200, aplicando la formula anterior determinar

a) El valor de la constante k
b) La cantidad de bacterias en 1 día
c) La cantidad de bacterias en 5 días
d) En cuanto tiempo habrá 100 000 bacterias
e) En cuanto tiempo habrá 5 000 000 bacterias

$$\ln e = 1$$

a)Valor de k	b)Un día =24h	c)5 días =5(24h)=120h	d)t para tener 100 000 b	e)t para tener 5 000 000 b
$P(t) = P_0 e^{kt}$	$P(t) = P_0 e^{kt}$	$P(t) = P_0 e^{kt}$	$P(t) = P_0 e^{kt}$	$P(t) = P_0 e^{kt}$
$1200 = 100e^{k*40}$	$P(24) = 100e^{0.062(24)}$	$P(120) = 100e^{0.062(120)}$	$100\,000 = 100e^{0.062t}$	$5\,000\,000 = 100e^{0.062t}$
$\frac{1200}{100} = e^{40k}$	$P(24) = 100e^{1.488}$	$P(120) = 100e^{7.44}$	$\frac{100\,000}{100} = e^{0.062t}$	$\frac{5\,000\,000}{100} = e^{0.062t}$
	100 shift ln (0.062(24))=	100 shift ln (0.062(120))= 100 shift ln (7.44)= 170 275		
$e^{40k} = 12$	$P(24) = 442.82\ bacterias$	$P(120) = 170\,275\ bacterias$	$1\,000 = e^{0.062t}$	$50\,000 = e^{0.062t}$
$ln\ e^{40k} = \ln 12$	$P(24) = 443\ bacterias$		$e^{0.062t} = 1\,000$	$\ln e^{0.062t} = \ln 50\,000$
$40k(ln\ e) = ln12$			$\ln e^{0.062t} = \ln 1\,000$	$0.062\ t = ln\,50\,000$
			$(0.062t)\ln e = \ln 1\,000$	
$40k = \frac{\ln 12}{\ln e}$			$0.062\ t = \frac{\ln 1\,000}{\ln e}$	$t = \frac{\ln 50\,000}{0.062}$
(ln(12))÷(ln shift ln1)=				
$k = \frac{2.485}{40}$			$t = \frac{6.908}{0.062}$	$t = \frac{10.820}{0.062}$
$k = 0.062$			$t = 111.42\ horas$	$t = 174.52\ horas$

2.- Después de 10 horas **300** bacterias se convirtieron en **500**, aplicando la formula anterior determinar

a) El valor de la constante k
b) La cantidad de bacterias en 1 día
c) La cantidad de bacterias en 5 días
d) En cuanto tiempo habrá 100 000 bacterias
e) En cuanto tiempo habrá 5 000 000 bacterias

a)Valor de k	b)Un día =24h	c)5 dias =5(24h)=120h	d)t para tener 100 000 b	e)t para tener 5 000 000 b
$P(t) = P_0e^{kt}$ $500 = 300e^{k*10}$ $\frac{500}{300} = e^{10k}$ $e^{10k} = 1.667$ $ln\ e^{10k} = \ln 1.667$ $10k = ln1.667$ $k = \frac{\ln 1.667}{10}$ $k = \frac{0.511}{10}$ $k = 0.051$	$P(t) = P_0e^{kt}$ $P(24) = 300e^{0.051(24)}$ $P(24) = 300e^{1.224}$ 300 shift ln (0.051(24))= $P(24) = 1\ 020.2 bacterias$ $P(24) = 1\ 021\ bacterias$	$P(t) = P_0e^{kt}$ $P(120) = 300e^{0.051(120)}$ $P(120) = 300e^{6.12}$ 300 shift ln (0.051(120))= $P(120) = 136\ 459.40\ bacterias$	$P(t) = P_0e^{kt}$ $100\ 000 = 300e^{0.051t}$ $\frac{100\ 000}{300} = e^{0.051t}$ $333.333 = e^{0.051t}$ $e^{0.051t} = 333.333$ $\ln e^{0.051t} = \ln 333.333$ $0.051t = \ln 333.333$ $0.051t = \ln 333.333$ $t = \frac{5.809}{0.051}$ $t = 113.90\ horas$	$P(t) = P_0e^{kt}$ $5\ 000\ 000 = 300e^{0.051t}$ $\frac{5\ 000\ 000}{300} = e^{0.051t}$ $16\ 667 = e^{0.051t}$ $\ln e^{0.051t} = \ln 16\ 667$ $0.051t\ ln\ e = ln\ 16\ 667$ $0.051t = \frac{\ln 16\ 667}{\ln e}$ $t = \frac{9.721}{0.051}$ $t = 190.61\ horas$

3.- Después de 20 horas 50 bacterias se convirtieron en **800**, aplicando la formula anterior determinar

a) El valor de la constante k
b) La cantidad de bacterias en 1 día
c) La cantidad de bacterias en 5 días
d) En cuanto tiempo habrá 1 000 000 bacterias
e) En cuanto tiempo habrá 30 000 bacterias

a)Valor de k	b)Un día =24h	c)5 días =5(24h)=120h	d)t para tener 100 000 b	e)t para tener 30 000 b
$P(t) = P_0e^{kt}$ $800 = 50e^{k*20}$ $\frac{800}{50} = e^{20k}$ $e^{20k} = 16$ $ln\ e^{20k} = ln16$ $20k = ln16$ $k = \frac{\ln 16}{20}$ $k = \frac{2.772}{20}$ $k = 0.139$	$P(t) = P_0e^{kt}$ $P(24) = 50e^{0.139(24)}$ $P(24) = 50e^{3.336}$ 50 shift ln (0.139(24))= $P(24) = 1\ 405.3 bacterias$ $P(24) = 1\ 405\ bacterias$	$P(t) = P_0e^{kt}$ $P(120) = 50e^{0.139(120)}$ $P(120) = 50e^{16.68}$ 50 shift ln (0.139(120))= $P(120) = 877\ 004\ 784.1\ b$	$P(t) = P_0e^{kt}$ $100\ 000 = 50e^{0.139t}$ $\frac{100\ 000}{50} = e^{0.139t}$ $2000 = e^{0.139t}$ $e^{0.139t} = 2\ 000$ $\ln e^{0.139t} = \ln 2\ 000$ $0.139t = \ln 2\ 000$ $P(t) = 50e^{0.139(54.68)}$ $= 99\ 961.761$ $t = \frac{7.601}{0.139}$ $t = 54.68\ horas$	$P(t) = P_0e^{kt}$ $30\ 000 = 50e^{0.139t}$ $\frac{30\ 000}{50} = e^{0.139t}$ $600 = e^{0.139t}$ $\ln e^{0.139t} = \ln 600$ $0.139\ t = ln600$ $t = \frac{\ln 600}{0.139}$ $t = \frac{6.397}{0.139}$ $t = 46.02\ horas$

4.- Después de 50 horas 10 bacterias se convirtieron en 150, aplicando la formula anterior determina

a) El valor de la constante k
b) La cantidad de bacterias en 1 día
c) La cantidad de bacterias en 5 días
d) En cuanto tiempo habrá 10 000 000 bacterias
e) En cuanto tiempo habrá 400 000 bacterias

a)Valor de k	b)Un día =24h	c)5 días =5(24h)=120h	d)t para tener 10 000 000 b	e)t para tener 400 000 b
$P(t) = P_0e^{kt}$ $150 = 10e^{k*50}$ $\frac{150}{10} = e^{50k}$ $e^{50k} = 15$ $ln\ e^{50k} = ln15$ $50k = ln16$ $k = \frac{\ln 15}{50}$ $k = \frac{2.708}{50}$ $k = 0.054$	$P(t) = P_0e^{kt}$ $P(24) = 10e^{0.054(24)}$ $P(24) = 10e^{1.296}$ 10 shift ln (0.054(24))= $P(24) = 35.5 bacterias$ $P(24) = 36\ bacterias$	$P(t) = P_0e^{kt}$ $P(120) = 10e^{0.054(120)}$ $P(120) = 10e^{6.48}$ 10 shift ln (0.054(120))= $P(120) = 6\ 519.7\ b$	$P(t) = P_0e^{kt}$ $10\ 000\ 000 = 10e^{0.054t}$ $\frac{10\ 000\ 000}{10} = e^{0.054t}$ $1\ 000\ 000 = e^{0.054t}$ $e^{0.054t} = 1\ 000\ 000$ $\ln e^{0.054t} = \ln 1\ 000\ 000$ $0.054t = \ln 1\ 000\ 000$ $P(t) = 10e^{0.054(54.68)}$ $= 99\ 961.761$ $t = \frac{\ln 1\ 000\ 000}{0.054}$ $t = 255.84\ horas$	$P(t) = P_0e^{kt}$ $400\ 000 = 10e^{0.054t}$ $\frac{400\ 000}{10} = e^{0.054t}$ $40\ 000 = e^{0.054t}$ $\ln e^{0.054t} = \ln 40\ 000$ $0.054\ t = ln40\ 000$ $t = \frac{10.600}{0.054}$ $P(t) = 10e^{0.054(196.3)}$ $= 401\ 428.65$ $t = 196.30\ horas$

5.- Después de 60 horas 20 bacterias se convirtieron en 600, aplicando la formula anterior determina

a) El valor de la constante k
b) La cantidad de bacterias en 1 día
c) La cantidad de bacterias en 5 días
d) En cuanto tiempo habrá 100 000 bacterias
e) En cuanto tiempo habrá 50 000 000 bacterias

f) a)Valor de k	b)Un día =24h	c)5 días =5(24h)=120h	d)t para tener 100 000 b	e)t para tener 50 000 000 b
$P(t) = P_0e^{kt}$ $600 = 20e^{k*60}$ $\frac{600}{20} = e^{60k}$ $e^{60k} = 30$ $ln\ e^{60k} = ln30$ $60k = ln30$ $k = \frac{\ln 30}{60}$ $k =$ $k = 0.056$	$P(t) = P_0e^{kt}$ $P(24) = 20e^{0.056(24)}$ $P(24) = 20e^{1.334}$ 20 shift ln (0.056(24))= $P(24) = 76.69 bacterias$ $P(24) = 77\ bacterias$	$P(t) = P_0e^{kt}$ $P(120) = 20e^{0.056(120)}$ $P(120) = 20e^{6.72}$ 20 shift ln (0.056(120))= $P(120) = 16\ 576.35\ b$	$P(t) = P_0e^{kt}$ $100\ 000 = 20e^{0.056t}$ $\frac{100\ 000}{20} = e^{0.056t}$ $10\ 000 = e^{0.056t}$ $e^{0.056t} = 5\ 000$ $\ln e^{0.056t} = \ln 5\ 000$ $0.056t = \ln 5\ 000$ $P(t) = 20e^{0.056(152.1)}$ $= 100\ 040.6$ $t = \frac{\ln 5\ 000}{0.056}$ $t = 152.1\ horas$	$P(t) = P_0e^{kt}$ $50\ 000\ 000 = 20e^{0.056t}$ $\frac{50\ 000\ 000}{20} = e^{0.056t}$ $2\ 500\ 000 = e^{0.056t}$ $\ln e^{0.056t} = \ln 2\ 500\ 000$ $0.056\ t = ln2\ 500\ 000$ $t = \frac{14.732}{0.056}$ $P(t) = 20e^{0.056(263.7)}$ $= 51\ 801\ 635.2$ $t = 263.7\ horas$

Si una sola hoja de vidrio cancela el 3% de la luz que pasa por ella, el porcentaje P de luz que pasa por n hojas sucesivas esta dado aproximadamente por la función

$$P = 100e^{-0.03n}$$

$$P(n) = 100e^{-0.03n}$$

$$P(1) = 100e^{-0.03(1)} = 97.044 \qquad 100 * shif\ \ln\left(-0.03(1)\right) =$$

a) ¿Que porcentaje de luz pasa a través de 10 hojas?

$$P(10) = 100e^{-0.03(10)} = 74.08$$

b) ¿Cuántas hojas deben colocarse para tener solo el 35% de la luz?

$$35 = 100e^{-0.03n}$$

$$\frac{35}{100} = e^{-0.03n}$$

$$e^{-0.03n} = \frac{35}{100}$$

$$\ln\left(e^{-0.03n}\right) = \ln\left(\frac{35}{100}\right)$$

$$-0.03n = -1.049$$

$$n = \frac{-1.049}{-0.03}$$

$$n = 34.97 \approx 35\ hojas$$

La relación entre el número de decibeles y la intensidad del sonido I en (watts/m^2) esta dada por la función

$$B(I) = 10\log\left(\frac{I}{10^{-2}}\right)$$

a) ¿Cuál es el numero de decibeles cuando $I=0.02w/m^2$

$$B(0.02) = 10\log\left(\frac{0.02}{10^{-2}}\right) = 3.01$$

b) Determina la intensidad para 5 de B



$$5 = 10\log\left(\frac{I}{10^{-2}}\right)$$

$$\frac{5}{10} = \log\left(\frac{I}{10^{-2}}\right)$$

$$0.5 = \log\left(\frac{I}{10^{-2}}\right)$$

$$\log\left(\frac{I}{10^{-2}}\right) = 0.5$$

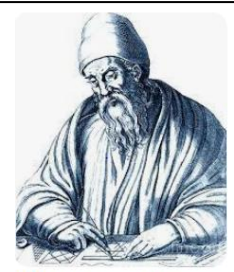
$$10^{0.5} = \frac{I}{10^{-2}}$$

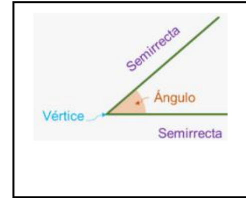
$$10^{0.5} = I \quad 10^{2}$$

$$\frac{10^{0.5}}{10^{2}} = I = 0.032$$

Geometría Euclidiana

Se llama así a la geometría plana en honor al filósofo y matemático Euclides (325 a 365 a. C.) quien recopilo los conocimientos de geometría plana de su época y es considerado el padre de la geometría plana





Ángulo

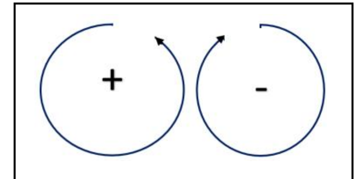
Abertura entre dos rectas o semi rectas que se cortan

Tiene dos lados y un vértice

Se puede representar con una letra o tres letras $< A,\ < BAC,\ < \theta,\ < \beta$

Los ángulos positivos se miden en sentido contrario al movimiento de las manecillas del reloj **(sentido anti horario)**

Los ángulos negativos se miden en sentido del movimiento de las manecillas del reloj **(Sentido horario)**



Clasificación de los ángulos

POR SUS MEDIDAS		
NULO	AGUDO	RECTO
$0°$ O A	$< 90°$ α O A B	$90°$ O A B
OBTUSO	LLANO	PERIGONAL
α $> 90°$ B O A	$180°$ B O A	$360°$ O A
POSICIÓN DE SUS LADOS		
ADYACENTES	CONSECUTIVOS	OPUESTOS POR EL VÉRTICE
@guiaparaestudiantes C β α B O A	C D E θ α β γ B O A	α β $\alpha = \beta$
POR SUS CARACTERÍSTICAS		
COMPLEMENTARIOS	SUPLEMENTARIOS	BISECTRIZ
$\beta + \alpha = 90°$ B C α β A	$\beta + \alpha = 180°$ C α β B O A	B α β O A $\alpha = \beta$

Los ángulos se pueden medir en:

grados(°)

minutos(‘)

segundos(‘’)

grados minutos segundos (° ’ ‘’)

radianes (rad,r) etc.

Conversiones

1 grado = 60 minutos

1° = 60’ =3600’’

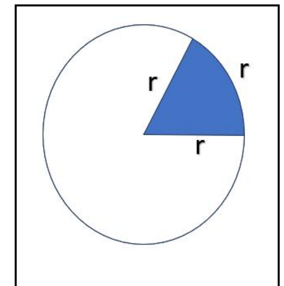
1 minuto = 60 segundos

1’ =60’’

1radian = $\frac{180}{\pi}$ **grados**

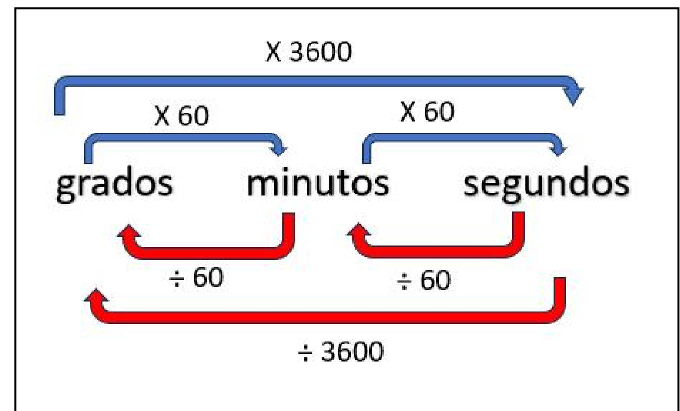
1 rad=$\frac{180°}{\pi}$

Un radian es una medida angular formada por tres radios



Por lo que:

El perímetro de una circunferencia es igual a 360°



$$\pi D = 360°$$
$$\pi 2r = 360°$$
$$2\pi r = 360°$$
$$radio = \frac{360°}{2\pi}$$
$$\boldsymbol{rad} = \frac{\boldsymbol{180°}}{\boldsymbol{\pi}} \quad = \boldsymbol{57.29...°}$$

$$(rad)\left(\frac{180}{\pi}\right) = _____°$$

$$(grados)^\circ\left(\frac{\pi}{180}\right) = ______ rad$$

Actividad 2.1 Conversiones de ángulos
Completa la siguiente tabla

	Grados (°)	(°) →x60=Minutos (')	(') →x60=Segundos ('') (°) →x3600=Segundos ('')	Grados minutos segundos (° ' '')	rad
		←÷60	←÷60	Minutos ÷60 segundos ÷3600	$(grados)°\left(\frac{\pi}{180}\right) = ____ rad$ $(rad)\left(\frac{180}{\pi}\right) = ___°$
1	**103.5°**	103.5° (60)= 6 210'	103.5°(3 600'')= ó 6 210' (60'')= 372 600''	103.5°= 0.5°(60')=30' no tiene decimal, tiene cero segundos 103° 30' 0''	$(grados)°\left(\frac{\pi}{180}\right) =$ $(103.5)°\left(\frac{\pi}{180}\right) =$ 103.5X shift EXP÷180= $1.806\ rad$
2	5 640'÷60= 94°	**5 640'**	94° (3 600'')= ó 5 640' (60'')= 338 400''	94° 0' 0'' no tiene decimal, son cero grados y cero segundos	$(grados)°\left(\frac{\pi}{180}\right)$ $(94)°\left(\frac{\pi}{180}\right) =$ 94*shift EXP÷180= $1.641\ rad$
3	75 820 ''÷3600= 21.06°	21.06° (60)= ó 75 820''÷60= 1 263.6'	**75 820''**	21.06°= 0.06°(60')=3.6' 0.6' (60'')=36'' 21° 3' 36''	$(grados)°\left(\frac{\pi}{180}\right)$ $(21.06)°\left(\frac{\pi}{180}\right) =$ $0.368\ rad$
4	$49 + \frac{50}{60} + \frac{67}{3600} =$ 49.852°	49.852(60) = 2 911.12'	49.852(3 600'')= ó 2 911.12(60'')= 179 467.2''	**49° 50' 67''** $= 49°51'7''$	$(grados)°\left(\frac{\pi}{180}\right)$ $(49.852)°\left(\frac{\pi}{180}\right) =$ $0.870\ rad$
5	$(rad)\left(\frac{180}{\pi}\right) = __°$ $(0.93r)\left(\frac{180}{\pi}\right) =$ 53.285°	53.285(60) = 3 197.1'	3 197.1 (60'')= 53.258 (3 600'')= 191 826''	53.285°= 0.285°(60')=17.1' 0.1' (60'')=6'' 53° 17' 6''	**0.93 rad**

6	**37.3°**				
7		**798’**			
8	*133 251’’÷3 600=* ***37.014°***	37.014°(60) = 2 220.84’	**133 251’’**	37.014°= 0.014°(60’)=0.84’ 0.84’ (60’’)=50.4’’ 37° 0’ 50.4’’	$(grados)°\left(\frac{\pi}{180}\right)$ $(37.014)°\left(\frac{\pi}{180}\right) =$ $0.646\ rad$
9	$121 + \frac{32}{60} + \frac{17}{3\,600} =$ ***121.538°***			**121° 32’ 17’’**	
10	$(rad)\left(\frac{180}{\pi}\right) = __°$ $(1.37r)\left(\frac{180}{\pi}\right) =$ 78.495°				**1.37 rad**
11	**110°**	110°(60’) = 6 600’	6 600’(60’’)= 110°(3 600’’)= 396 000’’	110° 0’ 0’’	$(grados)°\left(\frac{\pi}{180}\right)$ $(110)°\left(\frac{\pi}{180}\right) =$ $1.920\ rad$
12		**7 200’**			
13			**162 000’’**		

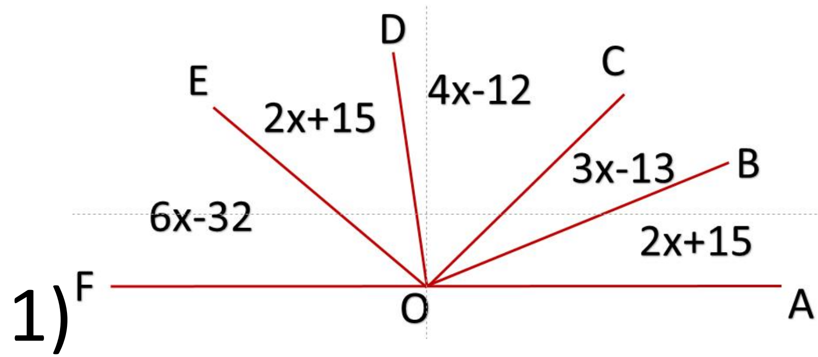
14	$7+\frac{13}{60}+\frac{51}{3600}=$ 7.231°	7.231°(60)= 433.86’	7.231°(3 600’’)= ó 433.86’(60’’)= 26 031.6’’	**7° 13’ 51’’**	$(grados)°\left(\frac{\pi}{180}\right)$ $(7.231)°\left(\frac{\pi}{180}\right)=$ $0.126\ r$
15	$(rad)\left(\frac{180}{\pi}\right)=__°$ $(2.75r)\left(\frac{180}{\pi}\right)=$ 157.563°	157.563°(60’) = 9 453.78’	9 453.78’(60’)= 157.363°(3 600’’)= 567 226.8’’	157.563°= 0.563°(60’)=33.78’ 0.78’ (60’’)=46.8’’ 157° 33’ 46.8’’	**2.75 rad**
16	**56.5°**				
17		**57 126´**			
18			**313 720’’**		
19	$72+\frac{0}{60}+\frac{67}{3600}=$ 72.018°	2321.08’	259 264’’	**72° 0’ 67’’ =72°1’7’’**	**1.2570 rad**
20	$(rad)\left(\frac{180}{\pi}\right)=__°$ $(0.09r)\left(\frac{180}{\pi}\right)=$ 5.157°	5.157°(60’) = 309.42’	309.42’(60’)= ó 5.157°(3 600’’)= 18 565.2’’	5.157°= 0. 157°(60’)=4.42’ 0.42’ (60’’)=25.2’’ 5° 9’ 25.2’’	**0.09 rad**

21	$\frac{180}{2} = 90°$	90°(60’)= 5400’	90°(3 600’’)= ó 5 400(60’)= 324 000’’	90° 0’ 0’’	$\frac{\pi}{2}$
22	$\frac{180}{3} = 60°$	60°(60’)= 3 600’	60°(3 600’’)= ó 3 600(60’)= 216 000’’	60° 0’ 0’’	$\frac{\pi}{3}$
23					$\frac{\pi}{4}$
24	$\frac{3(180)}{2} = 270°$	270°(60’)= 16 200’	270°(3 600’’)= ó 16 200’(60’’)= 972 000’’	270° 0’ 0’’	$\frac{3\pi}{2}$
25	$\frac{5(180)}{3} = 300°$	300°(60’)= 18 000’	300°(3 600)= 18 000’ (60)= 1 080 000’’	300° 0’ 0’’	$\frac{5\pi}{3}$
26	$\left(\frac{4\pi}{5}\right)\left(\frac{180}{\pi}\right) = \frac{4(180)}{5} =$ 144°				$\frac{4\pi}{5}$
27	$\frac{7(180)}{6} = 210°$	210°(60’)= 12 600’	210°(3 600)= 12 600’ (60)= 756 000’’	210° 0’ 0’’	$\frac{7\pi}{6}$
28					$\frac{3\pi}{5}$
29					$\frac{2\pi}{9}$

30	$\frac{9(180)}{8} = 202.5°$	202.5°(60')= 12 150'	202.5°(3 600)= 12 150' (60)= 729 000''	202.5° = 0.5°(60')=30' 202° 30' 0''	$\frac{9\pi}{8}$
31					$\frac{5\pi}{6}$
32	$\frac{(180)}{10} = 18°$	18°(60')= 1 080'	18°(3 600)= 1 080' (60)= 64 800''	18° 0' 0''	$\frac{\pi}{10}$
33					$\frac{\pi}{18}$
34					$\frac{5\pi}{60}$
35					$\frac{4\pi}{30}$
36	$\frac{(180)}{40} = 4.5°$	4.5°(60')= 270'	4.5°(3 600)= 270' (60)= 16 200''	4.5° 0.5(60')=30' 4° 30' 0''	$\frac{\pi}{40}$
37	$\left(\frac{5\pi}{30}\right)\left(\frac{180}{\pi}\right) = \frac{180}{6} = 30°$	30°(60')= 1 800'	30°(3 600)= 18 000' (60)= 108 000''	30° 0' 0''	$\frac{5\pi}{30} = \frac{\pi}{6}$

Actividad 2.2 Ángulos

Determinar el valor de las incógnitas y los ángulos en las siguientes figuras para cada inciso

1) 

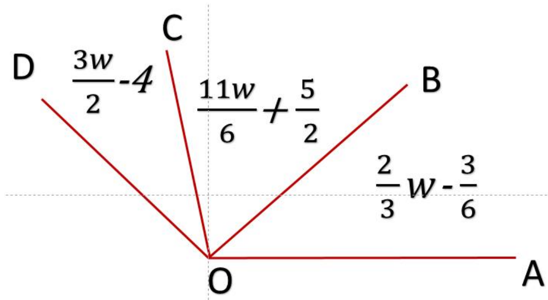
a) Si el < FOA = 180°

$6x-32+2x+15+4x-12+3x-13+2x+15=180°$ $6x+2x+4x+3x+2x=180+32-15+12+13-15$ $17x=207$ $x=\frac{207}{17}\approx 12.17$	$<FOE=6x-32$ $=6\left(\frac{207}{17}\right)-32$ $=\frac{1242}{17}-\frac{544}{17}$ $<FOE=\frac{698}{17}\approx 41.06$	$<EOD=2x+15$ $=2\left(\frac{207}{17}\right)+15$ $=\frac{414}{17}+\frac{255}{17}$ $<EOD=\frac{669}{17}$ ≈ 39.35	$<DOC=4x-12$ $=4\left(\frac{207}{17}\right)-12$ $=\frac{828}{17}-\frac{204}{17}$ $<DOC=\frac{624}{17}\approx 36.70$
		$<COB=3x-13$ $=3\left(\frac{207}{17}\right)-13$ $=\frac{621}{17}-\frac{221}{17}$ $<COB=\frac{400}{17}$ ≈ 23.53	$<BOA=2x+15$ $=2\left(\frac{207}{17}\right)+15$ $=\frac{414}{17}+\frac{255}{17}$ $<BOA=\frac{669}{17}\approx 39.35$

b) Si el < DOA= 100°

$4x-12+3x-13+2x+15=100°$ $4x+3x+2x=100+12+13-15$ $9x=110$ $x=\frac{110}{9}\approx 12.22$	$<FOE=6x-32$ $=6\left(\frac{110}{9}\right)-32$ $=\frac{660}{9}-\frac{288}{9}$ $<FOE=\frac{372}{9}\approx 41.33$	$<EOD=2x+15$ $=2\left(\frac{110}{9}\right)+15$ $=\frac{220}{9}+\frac{135}{9}$ $<EOD=\frac{355}{9}$ $=39.44$	$<DOC=4x-12$ $=4\left(\frac{110}{9}\right)-12$ $=$ $<FOE=\frac{332}{9}\approx 36.88$
		$<COB=3x-13$ $=3\left(\frac{110}{9}\right)-13$ $=$ $<COB=\frac{213}{9}\approx$ 23.63	$<BOA=2x+15$ $=2\left(\frac{110}{9}\right)+15$ $=$ $<BOA=\frac{355}{9}=39.44$

c) Si el <EDB= 120°



2) a) Si el < COA = 108°

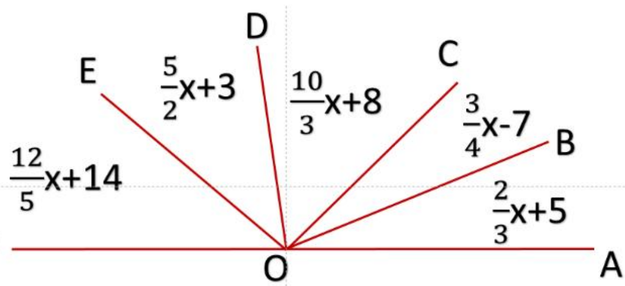
$\frac{11w}{6}+\frac{5}{2}+\frac{2}{3}w-\frac{3}{6}=108°$ 1° $\frac{11w}{6}+\frac{2}{3}w=\frac{108}{1}-\frac{5}{2}+\frac{1}{2}$ $\frac{11w+4w}{6}=\frac{216-5+1}{2}$ $\frac{15w}{6}=\frac{212}{2}$ $\frac{5w}{2}=106$ $5w=106(2)$ $w=\frac{212}{5}$ $w\approx 42.4$	$<DOC=\frac{3w}{2}-4$ $=\frac{3\left(\frac{212}{5}\right)}{2}-4$ $=\frac{\frac{636}{5}}{2}-4$ $=\frac{636}{10}-4$ $=\frac{318}{5}-4$ $=\frac{318-20}{5}$ $<DOC=\frac{298}{5}$ $<DOC\approx 59.6$	$<COB=\frac{11w}{6}+\frac{5}{2}$ $=\frac{11\left(\frac{212}{5}\right)}{6}+\frac{5}{2}$ $=\frac{\frac{2332}{5}}{6}+\frac{5}{2}$ $=\frac{2332}{30}+\frac{5}{2}$ $<COB=\frac{2332+75}{30}$ $=\frac{2407}{30}$ ≈ 80.2	$<BOA=\frac{2}{3}w-\frac{3}{6}$ $=\frac{2}{3}\left(\frac{212}{5}\right)-\frac{1}{2}$ $=\frac{424}{15}-\frac{1}{2}$ $=\frac{848-15}{30}$ $<BOA=\frac{833}{30}$ ≈ 27.8

2) b) Si el < DOA= 130°

$\frac{3w}{2}-4+\frac{11w}{6}+\frac{5}{2}+\frac{2}{3}w-\frac{3}{6}=130°$ 1° $4w=132$ $\frac{3w}{2}+\frac{11w}{6}+\frac{2}{3}w=130+4-\frac{5}{2}+\frac{1}{2}$ $w=\frac{132}{4}$ $\frac{9w}{6}+\frac{11w}{6}+\frac{4}{6}w=\frac{260}{2}+\frac{8}{2}-\frac{5}{2}+\frac{1}{2}$ $\frac{9w+11w+4w}{6}=\frac{260+8-5+1}{2}$ $w=33$ $\frac{24w}{6}=\frac{264}{2}$ $w\approx 33$ $2(24w)=264(6)$ $48w=1584$ $w=\frac{1584}{48}=\frac{792}{24}=\frac{396}{12}=\frac{198}{6}=\frac{99}{3}=33$	$<DOC=\frac{3w}{2}-4$ $=\frac{3(33)}{2}-4$ $=\frac{99}{2}-4$ $=\frac{99}{2}-\frac{8}{2}$ $=\frac{91}{2}$ ≈ 45.5 $<DOC=\frac{91}{2}$	$<COB=\frac{11w}{6}+\frac{5}{2}$ $=\frac{11(33)}{6}+\frac{5}{2}$ $=\frac{363}{6}+\frac{5}{2}$ $=\frac{121}{2}+\frac{5}{2}$ $=\frac{126}{2}$ $=63$ $<COB=63$	$<BOA=\frac{2}{3}w-\frac{3}{6}$ $=\frac{2}{3}(33)-\frac{1}{2}$ $=2(11)-\frac{1}{2}$ $=22-\frac{1}{2}$ $=22-\frac{1}{2}$ $=\frac{43}{2}$ ≈ 21.5 $<BOA=\frac{43}{2}$

2) c) Si el <DOB= 90°

3) 3)



a) Si el < FOD = 86°

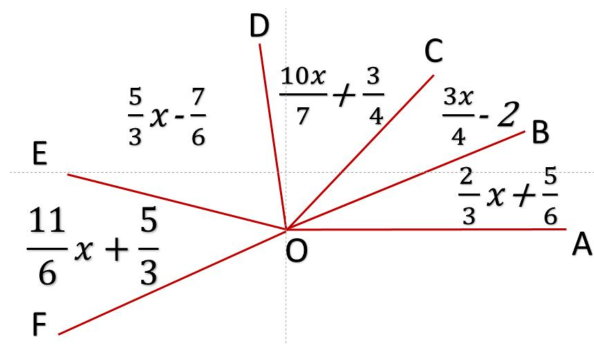
b) Si el < DOA= 105°

$\frac{10}{3}x+8+\frac{3}{4}x-7+\frac{2}{3}x+5=105°$ 1° $\frac{10}{3}x+\frac{3}{4}x+\frac{2}{3}x=105-8+7-5$ $\frac{40x+9x+8x}{12}=99$ $\quad x=\frac{99(4)}{19}$ $\frac{57x}{12}=99$ $\quad x=\frac{396}{19}$ $\frac{19x}{4}=99$ $\quad x\approx 20.84$	$FOE=\frac{12}{5}x+14$ $=\frac{12}{5}\left(\frac{396}{19}\right)+14$ $=\frac{4752}{95}+\frac{1330}{95}$ $<FOE=\frac{6082}{95}$ $<FOE\approx 64.02$	$<EOD=\frac{5}{2}x+3$ $=\frac{5}{2}\left(\frac{396}{19}\right)+3$ $=\frac{1980}{38}+\frac{114}{38}$ $<EOD=\frac{2094}{38}$ $<EOD\approx 55.11$	$<DOC=\frac{10}{3}x+8$ $=\frac{10}{3}\left(\frac{396}{19}\right)+8$ $=\frac{3960}{57}+\frac{456}{57}$ $<DOC=\frac{4416}{57}$ $<DOC\approx 77.47$
		$<COB=\frac{3}{4}x-7$ $=\frac{3}{4}\left(\frac{396}{19}\right)-7$ $=\frac{1188}{76}-\frac{532}{76}$ $<COB=\frac{656}{76}$ $<COB\approx 8.63$	$<BOA=\frac{2}{3}x+5$ $=\frac{2}{3}\left(\frac{396}{19}\right)+5$ $=\frac{792}{57}+\frac{285}{57}$ $<BOA=\frac{1077}{57}$ $<BOA\approx 18.89$

3) c) Si el <FOC= 130°

$\frac{12}{5}x+14+\frac{5}{2}x+3+\frac{10}{3}x+8=130°$ 1° $\frac{12}{5}x+\frac{5}{2}x+\frac{10}{3}x=130-14-3-8$ $\frac{72x+75x+100x}{30}=105$ $\frac{247x}{30}=105$ $\quad x=\frac{3150}{247}$ $x=\frac{105}{1}\left(\frac{30}{247}\right)$ $\quad x\approx 12.75$	$<FOE=\frac{12}{5}x+14$ $=\frac{12}{5}\left(\frac{3150}{247}\right)+14$ $=\frac{37800}{1235}+14$ $=\frac{7560}{247}+\frac{3458}{247}$ $<FOE=\frac{11018}{247}$ $<FOE\approx 44.61$	$<EOD=\frac{5}{2}x+3$ $=\frac{5}{2}\left(\frac{3150}{247}\right)+3$ $=\frac{7875}{247}+\frac{741}{247}$ $<EOD=\frac{8616}{247}$ $<EOD\approx 34.88$	$<DOC=\frac{10}{3}x+8$ $=\frac{10}{3}\left(\frac{3150}{247}\right)+8$ $=\frac{10500}{247}+\frac{1976}{247}$ $<DOC=\frac{12476}{247}$ $<DOC\approx 50.51$
		$<COB=\frac{3}{4}x-7$ $=\frac{3}{4}\left(\frac{3150}{247}\right)-7$ $=\frac{4725}{494}-\frac{3458}{494}$ $<COB=\frac{1267}{494}$ $<COB\approx 2.56$	$<BOA=\frac{2}{3}x+5$ $=\frac{2}{3}\left(\frac{3150}{247}\right)+5$ $=\frac{2100}{247}+\frac{1235}{247}$ $<BOA=\frac{3335}{247}$ $<BOA\approx 13.50$

d) Si el < FOD=180

4) 

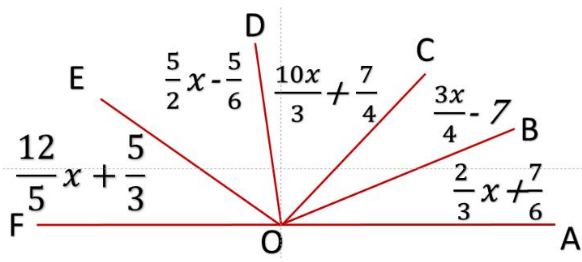
a) Si el < FOA = 200°

$\frac{11}{6}x+\frac{5}{3}+\frac{5}{3}x-\frac{7}{6}+\frac{10x}{7}+\frac{3}{4}+\frac{3x}{4}-2+\frac{2}{3}x+\frac{5}{6}=200$ 1° $\frac{11}{6}x+\frac{5}{3}x+\frac{10x}{7}+\frac{3x}{4}+\frac{2}{3}x=200-\frac{5}{3}+\frac{7}{6}-\frac{3}{4}+2-\frac{5}{6}$ $\frac{154x+140x+120x+63x+56x}{84}=\frac{2400-20+14-9+24-10}{12}$ $\frac{533x}{84}=\frac{2399}{12}$ $x=\frac{16793}{533}$ $x=\frac{2399\ (84)}{12\ (533)}$ $x\approx 31.5065$ $x=\frac{2399\ (7)}{533}$ trabajamos con decimales	$< FOE=\frac{11}{6}x+\frac{5}{3}$ $\approx \frac{11}{6}(31.51)+\frac{5}{3}$ $\approx 57.77+1.67$ $< FOE \approx 59.44$	$< EOD=\frac{5}{3}x-\frac{7}{6}$ $\approx \frac{5}{3}(31.51)-\frac{7}{6}$ ≈ 52.52 -1.17 $< EOD \approx 55.35$	$< DOC=\frac{10x}{7}+\frac{3}{4}$ $\approx \frac{10(31.51)}{7}+\frac{3}{4}$ $\approx 45.01+0.75$ $< DOC \approx 45.76$
		$< COB=\frac{3x}{4}-2$ $\approx \frac{3(31.51)}{4}-2$ $\approx 23.63-2$ $< COB \approx 21.63$	$< BOA=\frac{2}{3}x+\frac{5}{6}$ $\approx \frac{2}{3}(31.51)+\frac{5}{6}$ $\approx 21.01+0.83$ $< BOA \approx 21.84$

c) Si el < EOA= 170°

c) Si el <EOB= 150°

5)



a) Si el < FOA = 178°

$$\frac{12}{5}x+\frac{5}{3}+\frac{5}{2}x+\frac{5}{6}+\frac{10x}{3}+\frac{7}{4}+\frac{3x}{4}-7+\frac{2}{3}x+\frac{7}{6}=178°$$

$$\frac{12}{5}x+\frac{5}{2}x+\frac{10x}{3}+\frac{3x}{4}+\frac{2}{3}x=178-\frac{5}{3}-\frac{5}{6}-\frac{7}{4}+7-\frac{7}{6}$$

$$\frac{432x+450x+600x+135x+120x}{180}=\frac{2136-20-10-21+84-14}{12}$$

$$\frac{1737x}{180}=\frac{2155}{12}$$

$$x=\frac{2155}{12}\quad\frac{180}{1737}$$

$$x=\frac{2155}{6*2}\quad\frac{6*5*2*3*10}{3*3*193}$$

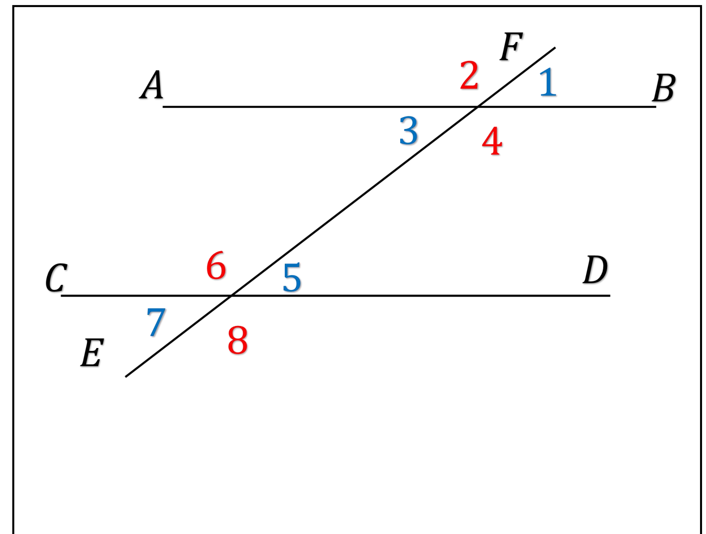
$$x=\frac{10775}{579}\quad=18.61$$

$< FOE = \frac{12}{5}x+\frac{5}{3}$ $=\frac{12}{5}(18.61)+\frac{5}{3}$ $< FOE = 46.33$	$< EOD$ $=\frac{5}{2}x+\frac{5}{6}$ $=\frac{5}{2}(18.61)+\frac{5}{6}$ $=$ $< FOE = 47.36$	$< DOC = \frac{10x}{3}+\frac{7}{4}$ $=\frac{10(18.61)}{3}+\frac{7}{4}$ $=$ $< FOE = 63.78$
	$< COB$ $=\frac{3x}{4}-7$ $=\frac{3(18.61)}{4}-7$ $=$ $< COB = 6.96$	$< BOA = \frac{2}{3}x+\frac{7}{6}$ $=\frac{2}{3}(18.61)+\frac{7}{6}$ $=$ $< BOA = 13.57$

b) Si el < DOA= 98°

c) Si el <EOB= 136°

Rectas paralelas cortadas por una secante



Las rectas paralelas son aquellas que siempre están a la misma distancia

Secante: secar significa cortar, por lo tanto, una secante es una recta que corta a otra figura

Cuando dos rectas paralelas se cortan por una secante se forman 8 ángulos, pero solo dos diferentes, como se muestra en la figura

Si observamos la figura podemos ver lo siguiente:

Todos los ángulos pares zona obtusos e iguales

Todos los ángulos impares son agudos e iguales

Si tomamos dos ángulos al azar estos cumplen una de dos condiciones

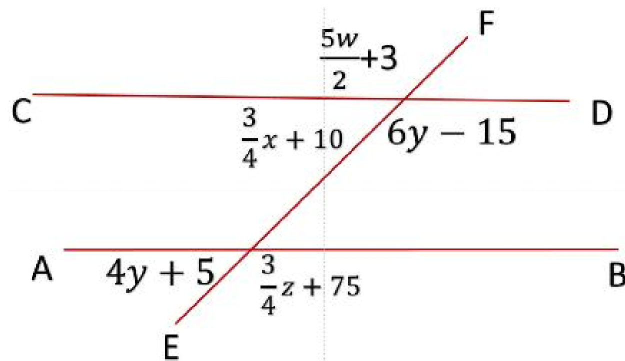
1 Son iguales

2 Son diferentes y suman 180°

Si tomamos un ángulo par con un impar no importa la posición siempre sumaran 180°

Actividad 2.3 Rectas paralelas cortadas por una secante I

1



El ángulo 4y 7 son diferentes
Suman 180

$4y+5+6y-15=180°$ 1°

$4y+6y=180-5+10$

$10y \ =190$

$y=19$

Para encontrar los ángulos, sustituyo $y=19$ en el < 4 o <7, sustituyo en 7

$<7=4y+5$

$=4(19)+5$

$=76+5$

$<7 \ =81°$

= ángulos agudos

Para el valor de w

$\frac{5w}{2}+3=99$

$\frac{5w}{2}=99-3$

$w=96\left(\frac{2}{5}\right)$

$w=\frac{192}{5}$

$w\approx 38.4$

Para el valor de z

$\frac{3}{4}z+75=99$

$\frac{3}{4}z=99-75$

$z=24\left(\frac{4}{3}\right)$

$z=32$

Para el valor de x

$\frac{3}{4}x+10=81$

$\frac{3}{4}x=81-10$

$\frac{3}{4}x=71$

$x=71\left(\frac{4}{3}\right)$

$x=\frac{284}{3}$

$x\approx 94.67$

2.-

$\frac{3A}{2} - 12$

$\frac{3}{4}x + 23$ $\quad 2y - 15$

$4x - 42$ $\quad \frac{3}{5}B + 64$

Para encontrar los ángulos, sustituyo $x = 20$ en el < 3 o <7, sustituyo en 7

$< 7 = 4x - 42$

$= 4(20) - 42$

$= 80 - 42$

$< 7 = 38°$ < agudo

$\therefore (por\ lo\ tanto) < obtuso = 142°$

Para la encontrar B

$\frac{3}{5}B + 64 = 142 \quad 1°$

$\frac{3}{5}B = 142 - 64$

$\frac{3}{5}B = 78$

$B = 78\left(\frac{5}{3}\right)$

$B = \frac{390}{3}$

$B = 130$

El ángulo 3 y 7 son iguales

$\frac{3}{4}x + 23 = 4x - 42 \quad 1°$

$\frac{3}{4}x - 4x = -42 - 23$

$\frac{3}{4}x - \frac{16}{4}x = -65$

$-\frac{13}{4}x = -65$

$x = -\frac{65}{1}\left(\frac{4}{-13}\right)$

$x = \frac{260}{13}$

$x = 20$

Para la encontrar A

$\frac{3A}{2} - 12 = 142 \quad 1°$

$\frac{3A}{2} = 142 + 12$

$\left(\frac{2}{3}\right)\frac{3A}{2} = 154 \left(\frac{2}{3}\right)$

$1A = 154\left(\frac{2}{3}\right)$

$A = \frac{308}{3}$

$A \approx 102.7$

Para la encontrar y

$2y - 15 = 142 \quad 1°$

$2y = 142 + 15$

$2y = 157$

$y = \frac{157}{2}$

$y \approx 78.5$

3. -

$\frac{2A}{5} - 12$ $\quad \frac{x}{2} - 6$

$\frac{7}{2}w - 6$ $\quad 2y + 32$

$\frac{11}{2}x + 4$

$4B + 12$

Para encontrar los ángulos, sustituyo $x = \frac{91}{3}$ en el <1 ó <6, sustituyo en 1

$< 1 = \frac{\left(\frac{91}{3}\right)}{\frac{2}{1}} - 6 = \frac{91}{6} - 6 \qquad 180 - \frac{55}{6} = \frac{1025}{6}$

$= \frac{91}{6} - \frac{36}{6} \qquad \therefore (por\ lo\ tanto)\ obtuso = \frac{1025}{6}$

$< 1 = \frac{55}{6} \approx 9.2$ < agudo $\qquad \approx 170.8°$

Para la encontrar B, usare racionales

$4B + 12 = \frac{55}{6} \quad 1°$

$4B = \frac{55}{6} - 12$

$4B = -\frac{17}{6}$

$B = -\frac{17}{24}$

$B \approx -0.7$

El ángulo 1 y 6 son diferentes y suman 180°

$\frac{x}{2} - 6 + \frac{11}{2}x + 4 = 180° \quad 1°$

$\frac{x}{2} + \frac{11}{2}x = 180 + 6 - 4$

$\frac{x}{2} + \frac{11}{2}x = 182$

$\frac{12}{2}x = 182$

$6x = 182$

$x = \frac{182}{6} = \frac{91}{3} \qquad x \approx 30.3$

Para la encontrar A usare decimales

$\frac{2A}{5} - 12 \approx 170.8 \quad 1°$

$\frac{2A}{5} \approx 170.8 + 12$

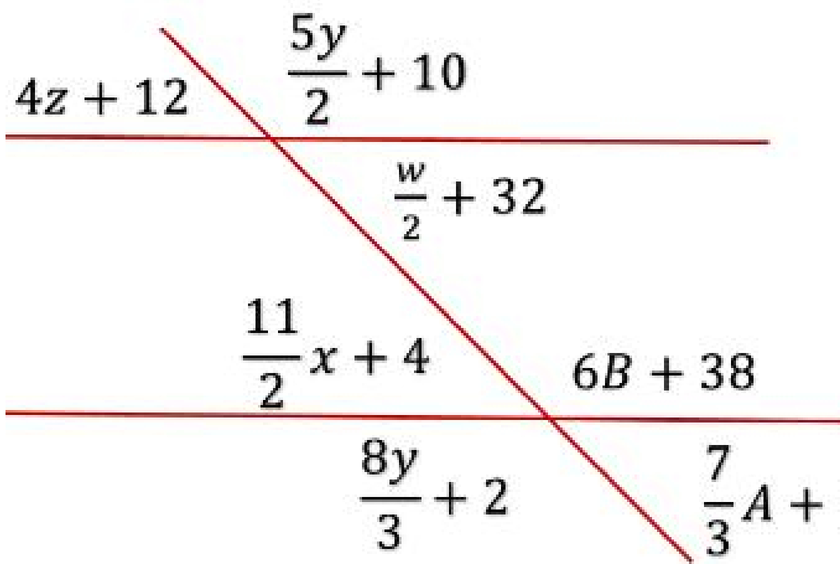
$\frac{2A}{5} \approx 182.8$

$A \approx 182.8\left(\frac{5}{2}\right)$

$A \approx 457$

nce :____________ fecha:______________

4.-



El ángulo 1 y 7 son iguales

$\frac{5y}{2}+10=\frac{8y}{3}+2$ 1°

$\frac{5y}{2}-\frac{8y}{3}=2-10$

$\frac{15y-16y}{6}=-8$

$\frac{-y}{6}=-8$

$-y=-8(6)$

$-y=-48$ (-1)

$y=48$

Para encontrar los ángulos, sustituyo $y=48$ en el <1 o <7… sustituyo en 1

$$<1=\frac{5y}{2}+10=\frac{5(48)}{2}+10$$

$=5(24)+10$

$<1=120+10=130°$ < obtuso

$\therefore$ (por lo tanto) < agudo $=50°$

Para la encontrar x

$\frac{11}{2}x+4=50°$ 1°

$\frac{11}{2}x=50-4$

$\frac{11}{2}x=46$

$x=46\left(\frac{2}{11}\right)$

$x=\frac{92}{11}$

$x\approx 8.4$

Para la encontrar y, usare decimales

$2y+32\approx 170.8$ 1°

$2y\approx 170.8-32$

$2y\approx 138.8$

$y\approx\frac{138.8}{2}$

$y\approx 69.4$

Para la encontrar A

$\frac{7}{3}A+58=50°$ 1°

$\frac{7}{3}A=50-58$

$\left(\frac{3}{7}\right)\ \frac{7}{3}A=-8\ \left(\frac{3}{7}\right)$

$A=-8\left(\frac{3}{7}\right)$

$A=\frac{-24}{7}$

$A\approx -3.4$

Para la encontrar B

$6B+38=130°$ 1°

$6B=130-38$

$6B=92$

$B=\frac{92}{6}$

$B=\frac{46}{3}$

$B\approx 15.3$

Para la encontrar w

$\frac{w}{2}+32=50°$ 1°

$\frac{w}{2}=50-32$

$\frac{w}{2}=18$

$w=18(2)$

$w=36$

Para encontrar a z

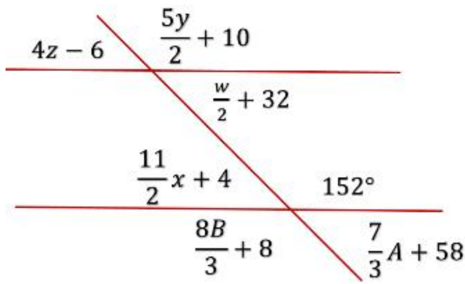
$4z+12=50°$ 1°

$4z=50-12$

$4z=38$

$z=\frac{38}{4}=\frac{19}{2}\approx 9.5$

5



Si el < obtuso es 152°

El agudo es 28°

$\frac{5y}{2}+10=152°$ 1°

$\frac{5y}{2}=152-10$

$y=142\left(\frac{2}{5}\right)$

$y=\frac{284}{5}$

$y\approx 56.8$

Para la encontrar A

$\frac{7}{3}A+58=28°$ 1°

$\frac{7}{3}A=28-58$

$\frac{7}{3}A=-30$

$A=-30\left(\frac{3}{7}\right)$

$A=\frac{-90}{7}$

Para encontrar a z

$4z-6=28°$ 1°

$4z=50-12$

$4z=38$

$z=\frac{38}{4}=\frac{19}{2}\approx 9.5$

Para la encontrar B

$\frac{8B}{3}+8=152°$ 1°

$\frac{8B}{3}=152-8$

$\frac{8B}{3}=144$

$B=144\left(\frac{3}{8}\right)=$

$B=18(3)$

$B=54$

Para la encontrar w

$\frac{w}{3}+32=28°$ 1°

$\frac{w}{3}=50-32$

$\frac{w}{3}=18$

$w=18(3)$

$w=54$

Para la encontrar x

$\frac{11}{2}x+4=28°$ 1°

$\frac{11}{2}x=50-4$

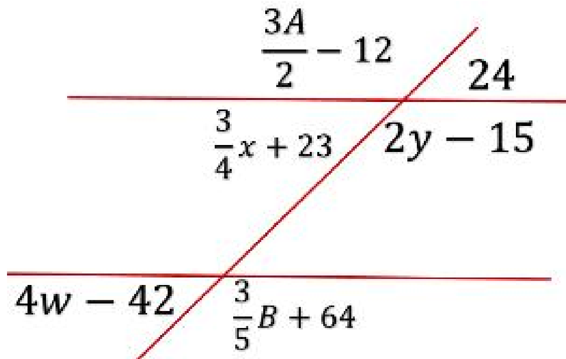
$\frac{11}{2}x=46$

$x=46\left(\frac{2}{11}\right)$

$x=\frac{92}{11}$

$x\approx 8.4$

6



El ángulo agudo mide 24

el obtuso mide 156

para x

$\frac{3}{4}x+23=24°$ 1°

$\frac{3}{4}x=24-23$

$\frac{3}{4}x=1$

$x=1\left(\frac{4}{3}\right)$

$x=\frac{4}{3}$

$x\approx 1.3$

Para la encontrar y

$2y-15=156$ 1°

$2y=156+15$

$2y=171$

$y=\frac{171}{2}$

$y\approx 85.5$

Para la encontrar A

$\frac{3A}{2}-12=156°$ 1°

$\frac{3A}{2}=156+12$

$\left(\frac{2}{3}\right)\frac{3A}{2}=168\ \left(\frac{2}{3}\right)$

$1A=168\left(\frac{2}{3}\right)$

$A=\frac{336}{3}$

$A=112$

Para la encontrar B

$\frac{3}{5}B+64=156$ 1°

$\frac{3}{5}B=156-64$

$\frac{3}{5}B=92$

$B=92\left(\frac{5}{3}\right)$

$B=\frac{460}{3}$

$B=153.3$

Para la encontrar w

$4w-42=24°$ 1°

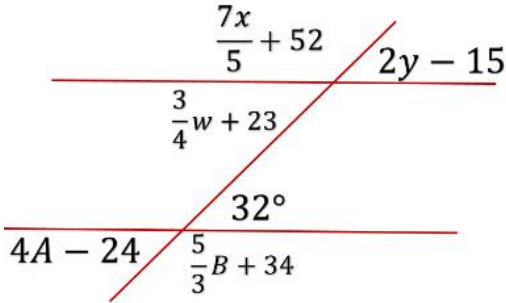
$4w=24+42$

$4w=66$

$w=\frac{66}{4}$

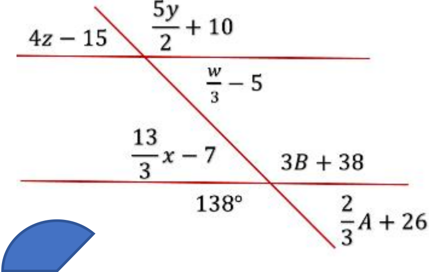
$w=\frac{33}{2}$

7



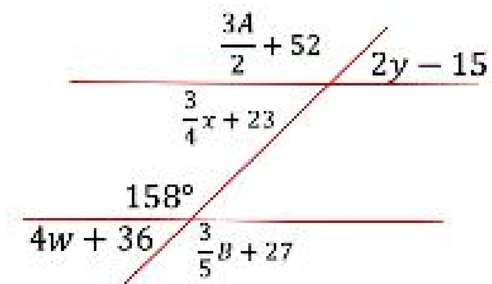
$\frac{7x}{5}+52$
$2y-15$
$\frac{3}{4}w+23$
$32°$
$4A-24$
$\frac{5}{3}B+34$

8



$4z-15$
$\frac{5y}{2}+10$
$\frac{w}{3}-5$
$\frac{13}{3}x-7$
$3B+38$
$138°$
$\frac{2}{3}A+26$

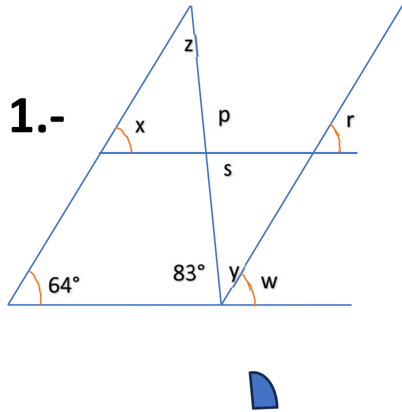
9



Actividad 2.4 Rectas paralelas cortadas por una secante II

Determinar los valores de las incógnitas en las siguientes figuras

1.-



Considerando que los segmentos inclinados son paralelos y los horizontales también son paralelos …

Para z, sabemos que los ángulos interiores de un triángulo suman 180°

Para y, sabemos que 83+y+w=180°,   w=64°

Para p, p=y+w ó   p=180-83

Para s, p+s=180

Entonces $w = 64$
$x = 64$
$r = 64$

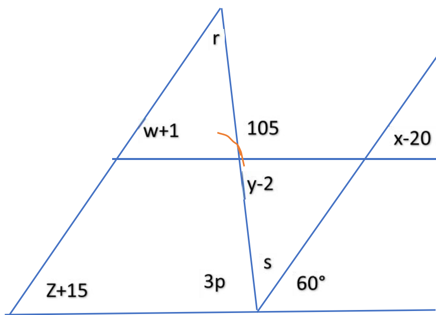
$64 + 83 + z = 180°$
$z = 180 - 64 - 83$
$z = 33$

$\therefore y = 180 - 83 - 64$
$y = 33$

$p = 180 - 83$
$p = 97$

$s = 180 - 97$
$s = 83$

2.-



Considerando que los segmentos inclinados son paralelos y los horizontales también son paralelas…
Para Z, w,x, sabemos que Z+15=60, w+1=60, x-20=60

Para y, y-2+105=180

Para r, la sumatoria de ángulos interiores de un triángulo es 180

Para s,   s+60=105

Para p, 3p=75

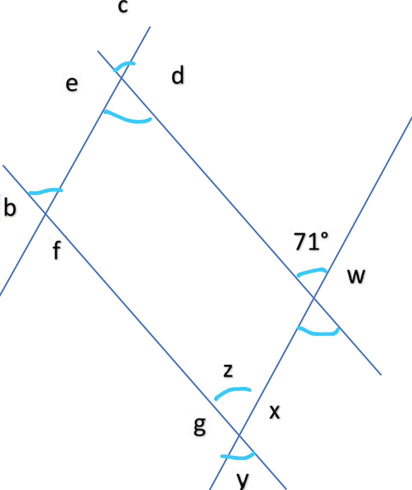
$Z + 15 = 60$
$Z = 45$
$w + 1 = 60$
$w = 59$
$x - 20 = 60$
$x = 80$

$y = 180 + 2 - 105$
$y = 77$

$r + 75 + 60 = 180$
$r = 45$
$s = 105 - 60$
$s = 45$

$p = \frac{75}{3} = 25$

3.-



Considerando que los segmentos inclinados son paralelos entre si, es un paralelogramo...

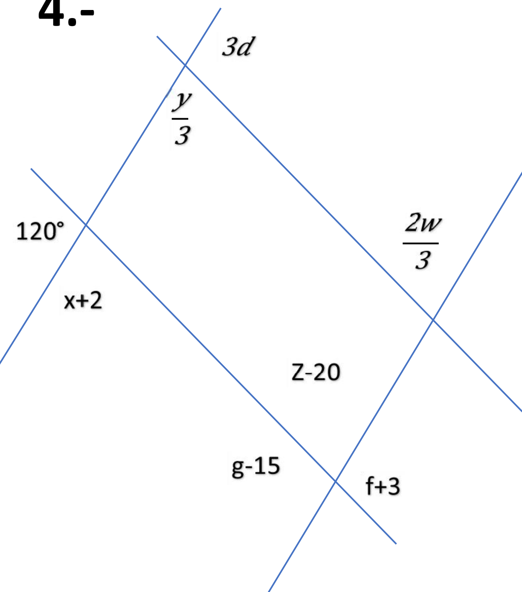
Todos los ángulos agudos miden 71°

71+w=180

Todos los ángulos obtusos miden 109°

$c = 71$
$f = 71$
$z = 71$
$y = 71$
$w = 180 - 71$
$w = 109$
$d = 109$
$e = 109$
$b = 109$
$x = 109$
$g = 109$

4.-



Considerando que los segmentos inclinados son paralelos, es decir, es un paralelogramo…

El ángulo obtuso mide 120°, todos los ángulos obtusos medirán 120

Por lo tanto, los ángulos agudos medirán 60°

Ángulos agudos

$x + 2 = 60$

$x = 5$

$\frac{y}{3} = 60$

$y = 180$

$Z - 20 = 60$

$Z = 80$

$\frac{2w}{3} = 60$

$w = 90$

Ángulos obtusos

$3d = 120$

$d = 40$

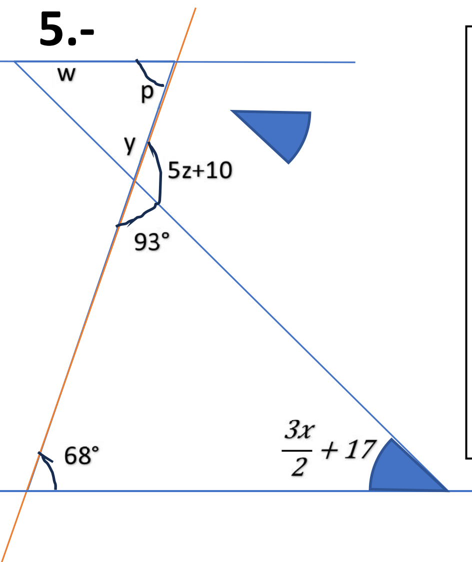
$f + 3 = 120$

$f = 117$

$g - 15 = 120$

$g = 135$

5.-



Considerando que las rectas horizontales son paralelas …

Para y, sabemos que los ángulos opuestos por el vértice son iguales

Para z, 5z+10+93=180

Para w, w+p+y=180

Para x, sabemos que $\frac{3x}{2} + 17 = w$

Entonces $y = 93$

$p = 68$

$5z + 10 + 93 = 180°$

$5z = 77$

$z = \frac{77}{5}$

$w = 180 - 93 - 68$

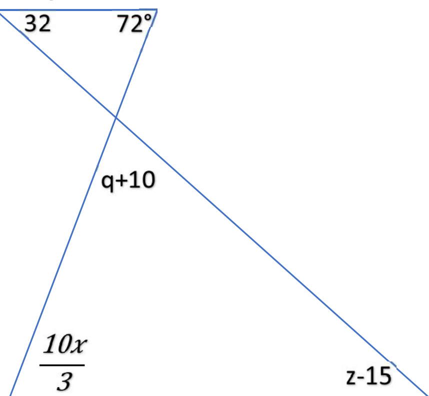
$w = 19$

$\frac{3x}{2} + 17 = 19$

$\frac{3x}{2} = 2$

$x = \frac{4}{3}$

6.-



Considerando que las rectas horizontales son paralelas …

Para q, sabemos que ángulo opuesto a q+10=180-32-72

Para z, z-15=32

Para x, $\frac{10x}{3} = 72$

$q + 10 = 180 - 32 - 72$

$q = 180 - 32 - 72 - 10$

$q = 66$

$z - 15 = 32$

$z = 47$

$\frac{10x}{3} = 72$

$x = 72(\frac{3}{10})$

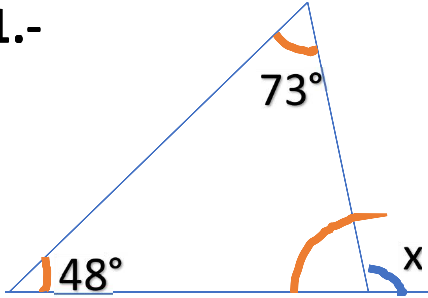
$x = \frac{108}{5}$

$x \approx 21.6$

Actividad 2.5 Angulo exterior de un triangulo

El ángulo exterior de un triángulo es igual a la suma de los dos ángulos interiores no adyacentes al ángulo exterior
Determinar el valor de las incógnitas en las siguientes figuras

1.-

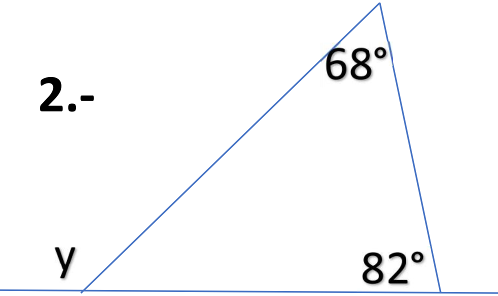


x es un ángulo exterior, por lo tanto

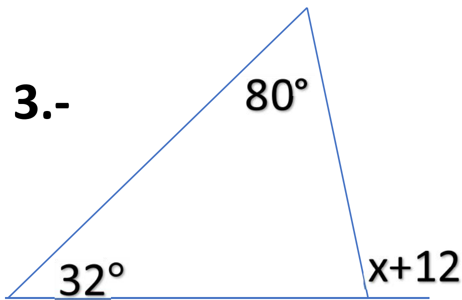
$x = 48 + 73$

$x = 121$

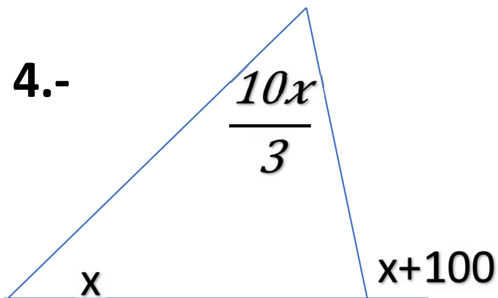
2.-



3.-



4.-



x+100 es un ángulo exterior, por lo tanto

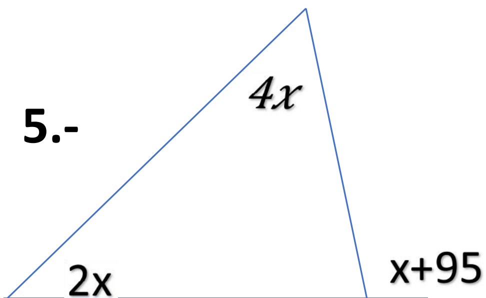
$x + 100 = x + \frac{10x}{3}$ 1°

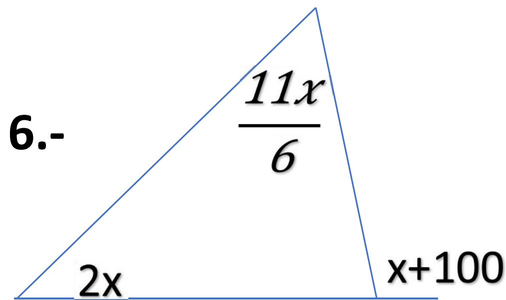
$x - x - \frac{10x}{3} =- 100$

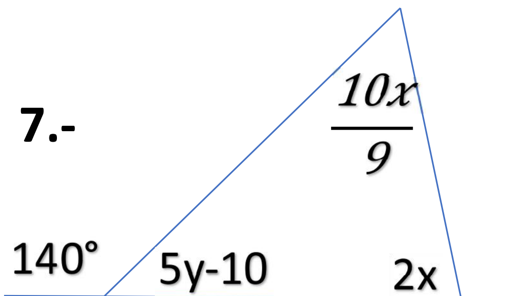
$-\frac{10x}{3} =- 100$

$x =- 100\left(-\frac{3}{10}\right)$ $x = 30$

5.-







140 es un ángulo exterior, por lo tanto

$140 = \frac{10x}{9} + 2x$ 1°

$140 = \frac{10x}{9} + \frac{18x}{9}$

$\left(\frac{9}{28}\right) 140 = \frac{28x}{9}\left(\frac{9}{28}\right)$

$\left(\frac{9}{28}\right) 140 = x$

$9(5) = x$

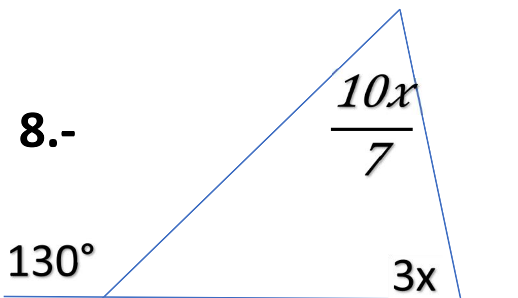
$45 = x$

140 +5y-10=180 ó 5y-10=40

$5y - 10 = 40$ 1°

$5y = 50$

$y = 10$



130 es un ángulo exterior, por lo tanto

$130 = \frac{10x}{7} + 3x$ 1°

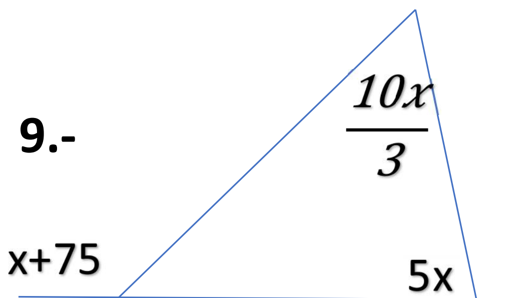
$130 = \frac{10x}{7} + \frac{21x}{7}$

$\left(\frac{7}{31}\right) 130 = \frac{31x}{7}\left(\frac{7}{31}\right)$

$\left(\frac{7}{31}\right) 140 = x$

$\frac{980}{31} = x$

$31.61 \approx x$



x+75 es un ángulo exterior, por lo tanto

$x + 75 = \frac{10x}{3} + 5x$ 1°

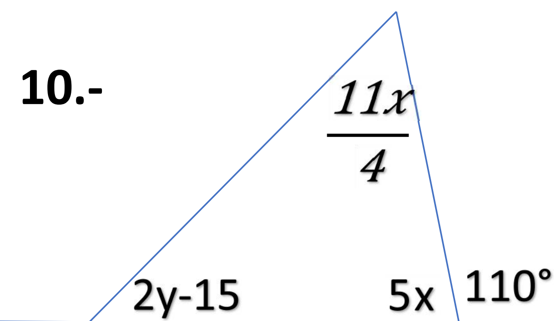
$x - \frac{10x}{3} - 5x = -75$

$\frac{3x}{3} - \frac{10x}{3} - \frac{15x}{3} = -75$

$-\frac{22x}{3} = -75$

$x = -75\left(-\frac{3}{22}\right)$

$x = \frac{225}{22}$ $x \approx 10.2$



5x y 110 son suplementarios, es decir que suman 180°

$5x + 110 = 180$ 1° ó $5x = 70$

$x = \frac{70}{5} = 14$

Sustituyo x=14 en $\frac{11x}{4} = \frac{11(14)}{4} = \frac{11(7)}{2} = \frac{77}{2}$

Para y, sabemos que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180

$2y - 15 + \frac{77}{2} + 70 = 180$

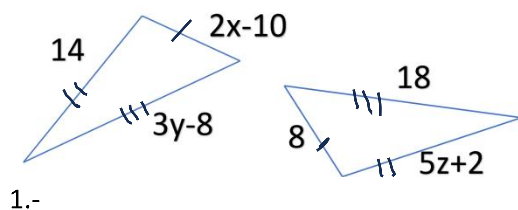
$2y = 180 + 15 - \frac{77}{2} - 70$

$2y = \frac{360+30-77-140}{2}$

$2y = \frac{173}{2}$ $y = \frac{173}{4}$ $y \approx 43.25$

Actividad 2.6 Congruencia de triángulos

Cuando dos triángulos son congruentes sus lados y ángulos correspondientes son iguales
Determinar el valor de las incógnitas en los siguientes triángulos congruentes



1.-

Como los triángulos son congruentes los lados correspondientes son iguales

$2x - 10 = 8$ 1°

$2x = 8 + 10$

$x = \frac{18}{2}$

$x = 9$

$5z + 2 = 14$ 1°

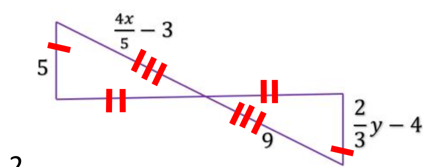
$5z = 12$

$z = \frac{12}{5}$

$3y - 8 = 18$ 1°

$3y = 26$

$y = \frac{26}{3}$



2.

Como los triángulos son congruentes los lados correspondientes son iguales

$\frac{2}{3}y - 4 = 5$ 1°

$\frac{2}{3}y = 9$

$y = 9\left(\frac{3}{2}\right)$

$y = \frac{27}{2}$

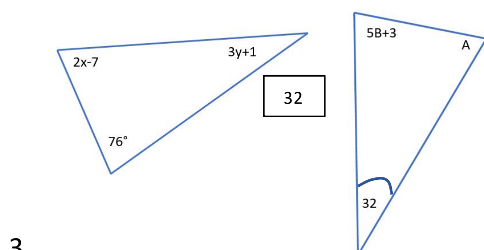
Como los triángulos son congruentes los lados correspondientes son iguales

$\frac{4x}{5} - 3 = 9$ 1°

$\frac{4x}{5} = 12$

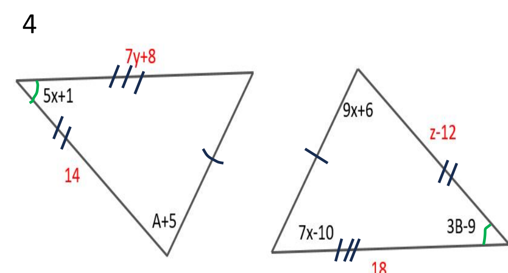
$x = 12\left(\frac{5}{4}\right)$

$x = 3(5)$ $x = 15$



3.

4



Como los triángulos son congruentes los lados y ángulos correspondientes son iguales

$z - 12 = 14$ 1°

$z = 26$

$7y + 8 = 18$ 1°

$y = \frac{10}{7}$

$7x - 10 + 9x + 6 + 5x + 1 = 180$ 1°

$7x + 9x + 5x = 180 + 10 - 6 - 1$

$21x = 183$

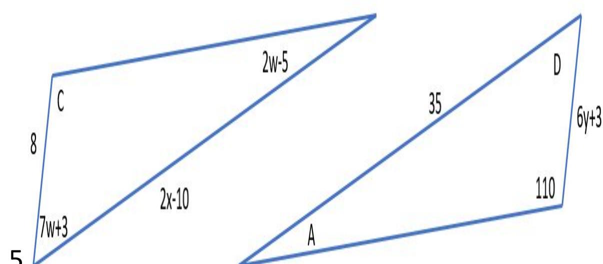
$x = \frac{183}{21}$ $x \approx 8.7$

Para B, 3B-9=5x+1…

$3B - 9 = 5\left(\frac{183}{21}\right) + 1$ 1°

$3B = \frac{915}{21} + 10$

$3B = \frac{1125}{21} = \frac{375}{21}$ $B = \frac{375}{63}$



5

Como los triángulos son congruentes los lados y ángulos correspondientes son iguales

Para x

$2x - 10 = 35$ 1°

$2x = 35 \quad + 10$

$x = \frac{45}{2}$

Para y

$6y + 3 = 8$

$6y = 8 - 3$

$y = \frac{5}{6}$

Como los triángulos son congruentes los lados y ángulos correspondientes son iguales

$C = 110$

$7w + 3 + 2w - 5 + 110 = 180$ 1°

$9w + 108 = 180$

$9w = 72$

$w = \frac{72}{9}$

$w = 8$

Como w=8 entonces D y A:

$D = 7(8) + 3$

$D = 56 + 3$

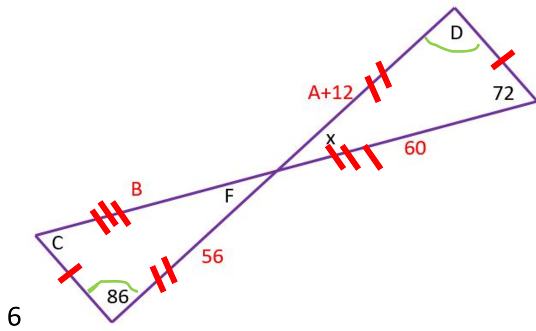
$D = 59$

$A = 2(8) - 5$

$A = 16 - 5$

$A = 11$

6



Como los triángulos son congruentes los lados y ángulos correspondientes son iguales

$A + 12 = 56$ 1°

$A = 44$

$B = 60$

Los ángulos correspondientes son iguales , por lo tanto

$D = 86$

$C = 72$

$F + C + D = 180$ 1°

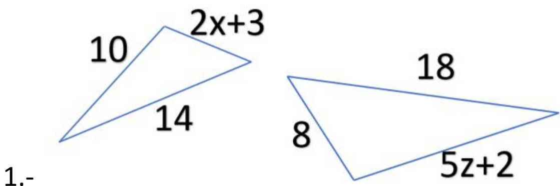
$F = 180 - 86 - 72$

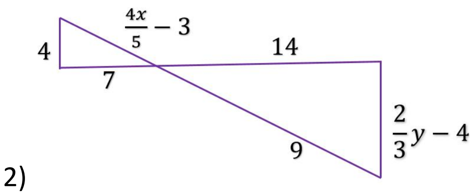
$F = 22$

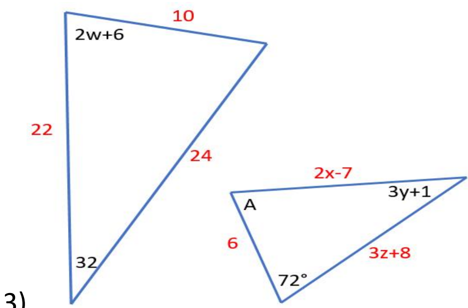
$x = 22$ por se opuesto por el vértice de < F

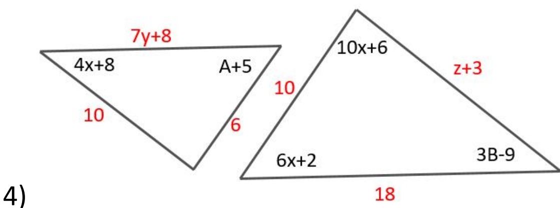
Actividad 2.7 Semejanza de triángulos

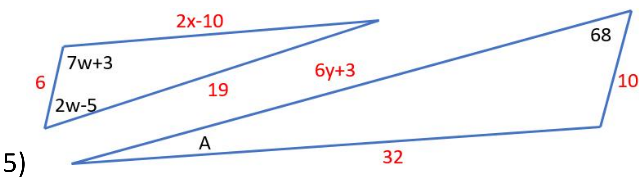
Cuando dos triángulos so semejantes sus lados correspondientes son proporcionales y sus ángulos correspondientes son iguales
Determinar el valor de las incógnitas y la razón de semejanza de los siguientes triángulos semejantes

1.- 

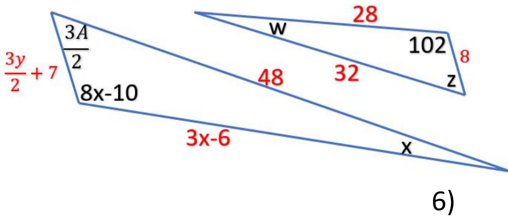
2) 

3) 

4) 

5) 

esta mal planteado para w



6)

r_s: $\frac{\frac{3y}{2}+7}{8} = \frac{3x-6}{28} = \frac{48}{32}$

$r_s = \frac{48}{32} = \frac{24}{16} = \frac{12}{8} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

Para y

$\frac{\frac{3y}{2}+7}{8} = \frac{3}{2}$ 1°

$\frac{\frac{3y+14}{2}}{\frac{8}{1}} = \frac{3}{2}$

$\frac{3y+14}{16} = \frac{3}{2}$

$2(3y+14) = 3(16)$

$6y + 28 = 48$

$y = \frac{20}{6}$

$y = \frac{10}{3}$

Para x

$\frac{3x-6}{28} = \frac{3}{2}$ 1°

$2(3x-6) = 3(28)$

$6x - 12 = 84$

$6x = 96$

$x = \frac{96}{6}$

$x = 16$

Para los ángulos

$8x - 10 = 102$

$x = \frac{112}{8} = \frac{56}{4} = \frac{28}{2}$

$x = 14$

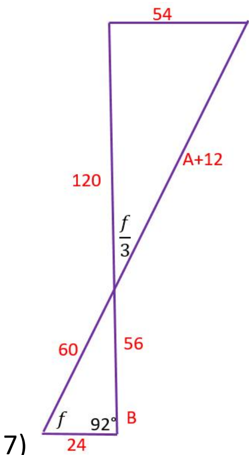
$w = 14$

$\frac{3A}{2} + 14 + 102 = 180$

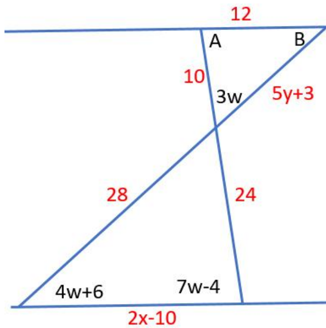
$\frac{3A}{2} = 180 - 116$

$A = 64(\frac{2}{3})$

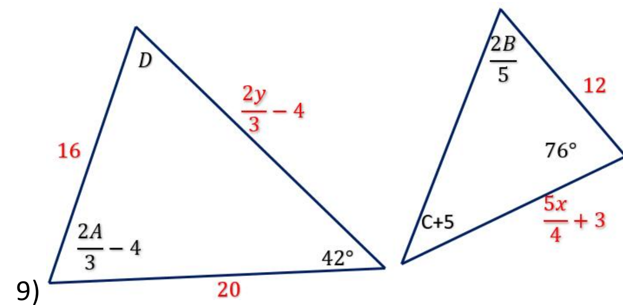
$A = \frac{128}{3}$



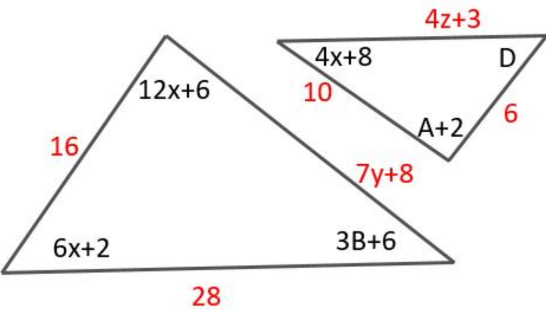
7) esta mal planteado par 56 cambia por 3B

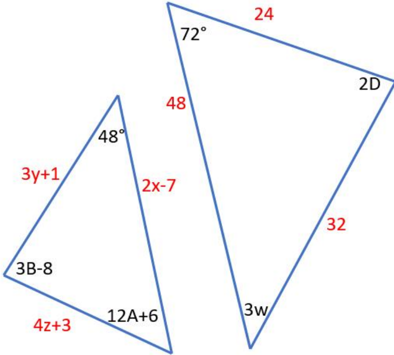


8)



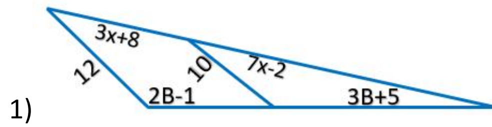
9) mal planteado

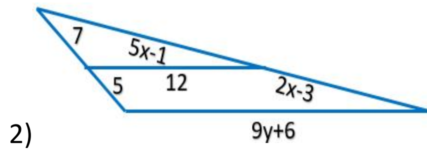
10) 
4z+3
4x+8
D
10
6
A+2
12x+6
16
7y+8
6x+2
3B+6
28

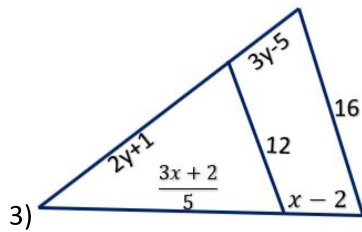
11) 
24
72°
2D
48
48°
3y+1
2x-7
32
3B-8
3w
4z+3
12A+6

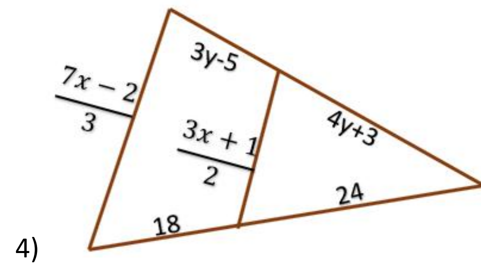
Actividad 2.8 Teorema de Thales

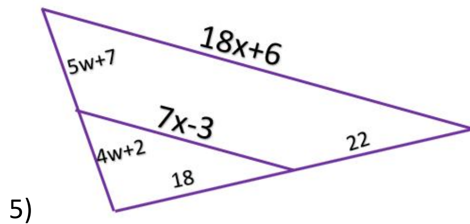
Determinar la razón de semejanza y el valor de las incógnitas en las siguientes figuras

1) 

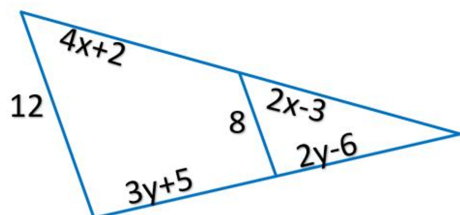
2) 

3) 

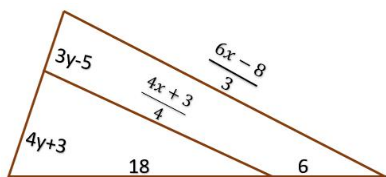
4) 

5) 

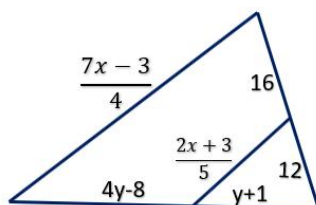
6)



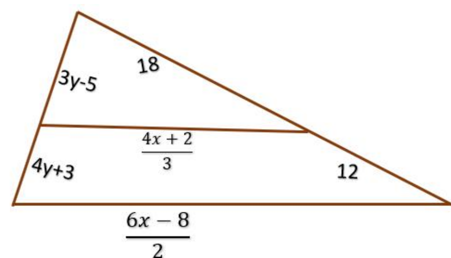
7)



8)



9)



$$r_s: \frac{\frac{6x-8}{2}}{\frac{4x+2}{3}} = \frac{7y-2}{3y-5} = \frac{30}{18}$$

$$r_s = \frac{30}{18} = \frac{15}{9} = \frac{5}{3}$$

Para x $\frac{\frac{6x-8}{2}}{\frac{4x+2}{3}} = \frac{5}{3}$

$$\frac{18x-24}{8x+4} = \frac{5}{3}$$

$$3(18x-24) = 5(8x+4)$$

$$54x - 72 = 40x + 20$$

$$54x - 40x = 20 + 72$$

$$14x = 92$$

$$x = \frac{92}{14} = \frac{46}{7}$$

Para y

$$\frac{7y-2}{3y-5} = \frac{5}{3}$$

$$3(7y-2) = 5(3y-5)$$

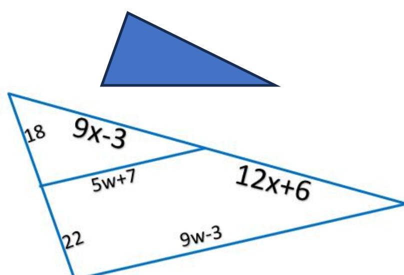
$$21y - 6 = 15y - 25$$

$$21y - 15y = -25 + 6$$

$$6y = -19$$

$$y = -\frac{19}{6}$$

10)



$$r_s: \frac{18}{40} = \frac{5w+7}{9w-3} = \frac{9x-3}{21x+3}$$

$$r_s = \frac{18}{40} = \frac{9}{20}$$

Para w

$$\frac{9}{20} = \frac{5w+7}{9w-3} \quad 1°$$

$$9(9w-3) = 20(5w+7)$$

$$81w - 27 = 100w + 140$$

$$81w - 100w = 140 + 27$$

$$-19w = 167$$

$$w = -\frac{167}{19}$$

Para x

$$\frac{9}{20} = \frac{9x-3}{21x+3} \quad 1°$$

$$9(21x+3) = 20(9x-3)$$

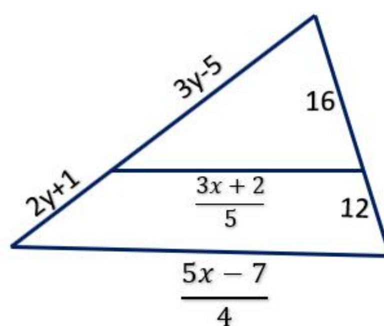
$$189x + 27 = 180x - 60$$

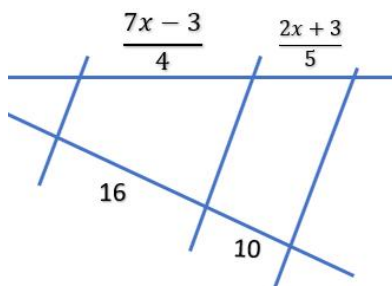
$$189x - 180x = -60 - 27$$

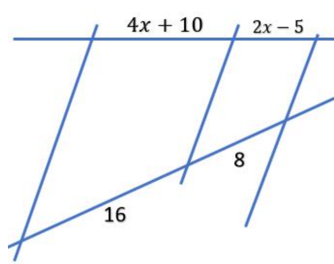
$$9x = -87$$

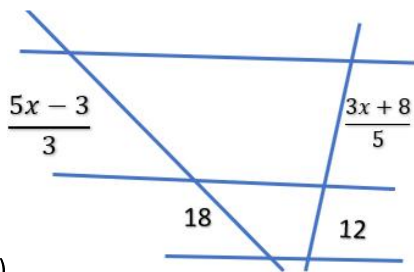
$$x = -\frac{87}{9} = \frac{29}{3}$$

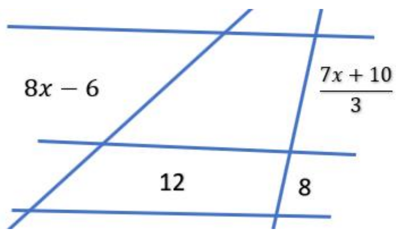
12) 
5x-4
4w-3
2w-6
6x+3
8
6

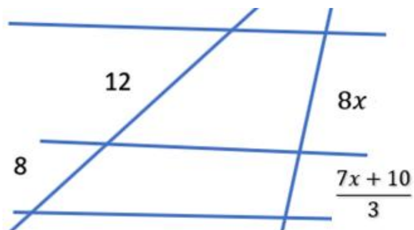
13) 
3y-5
16
2y+1
$\frac{3x+2}{5}$
12
$\frac{5x-7}{4}$

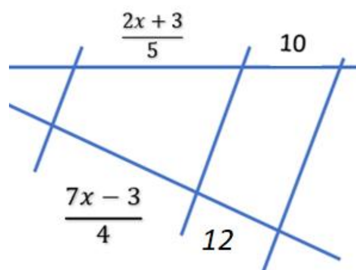
14) 
$\frac{7x-3}{4}$
$\frac{2x+3}{5}$
16
10

15) 
$4x+10$
$2x-5$
8
16

16) 
$\frac{5x-3}{3}$
$\frac{3x+8}{5}$
18
12

17) 
$8x-6$
$\frac{7x+10}{3}$
12
8

18) 
12
$8x$
8
$\frac{7x+10}{3}$

19) 
$\frac{2x+3}{5}$
10
$\frac{7x-3}{4}$
12

Actividad 2.9 Problemas de aplicación teorema de Thales

Resolver los siguientes problemas Ejercicios de Aplicación del Teorema de Tales y Semejanza de Triángulos

1: En un triángulo ABC, los lados miden 6 cm, 8 cm y 10 cm. Si un triángulo DEF es semejante a ABC y su lado más largo mide 15 cm, ¿cuánto mide el lado más corto de DEF?

- Respuesta: 9 cm.

2. Problema 2: Dos triángulos son semejantes. En el triángulo A, los lados miden 4 cm, 6 cm y 8 cm. Si el lado más largo del triángulo B mide 12 cm, ¿cuánto miden los otros lados de B?

-

Respuesta: 6 cm y 9 cm.

3: Un árbol proyecta una sombra de 5 m. Si un hombre de 1.8 m de altura proyecta una sombra de 0.9 m, ¿cuál es la altura del árbol?

- Respuesta: 10 m.

4: En un triángulo DEF, se traza una línea paralela a DE que corta a DF en G y a EF en H. Si DG = 4 cm, GF = 6 cm y DE = 20 cm, ¿cuánto mide EH?

- Respuesta: EH = 15 cm.

5: Dos triángulos son semejantes. En el triángulo X, los lados miden 5 cm, 12 cm y 13 cm. Si el lado más corto del triángulo Y mide 10 cm, ¿cuánto miden los otros lados de Y?

- Respuesta: 24 cm y 26 cm.

6: Un edificio de 30 m de altura proyecta una sombra de 15 m. Si un poste de altura h proyecta una sombra de 3 m, ¿cuál es la altura del poste?

.

- Respuesta: h = 6 m.

7: Dos triángulos son semejantes. En el triángulo PQR, los lados miden 4 cm, 5 cm y 6 cm. Si el lado más corto del triángulo STU mide 8 cm, ¿cuánto miden los otros lados de STU?

- Respuesta: 10 cm y 12 cm.

8: Un triángulo tiene lados de 3 cm, 4 cm y 5 cm. Si un triángulo semejante tiene un lado de 12 cm, ¿cuánto mide el lado más largo del triángulo semejante?

- Respuesta: 20 cm.

9: En un triángulo ABC, los lados son 5 cm, 12 cm y 13 cm. Si un triángulo DEF es semejante y su lado más largo mide 39 cm, ¿cuánto mide el lado más corto de DEF?

- Respuesta: 15 cm.

10: Un triángulo tiene lados de 7 cm, 24 cm y 25 cm. Si un triángulo semejante tiene un lado de 14 cm, ¿cuánto mide el lado correspondiente al lado de 24 cm?

- Respuesta: 48 cm.

11: En un triángulo XYZ, los lados son 8 cm, 15 cm y 17 cm. Si un triángulo semejante tiene un lado de 24 cm, ¿cuánto mide el lado correspondiente al lado de 15 cm?

- Respuesta: 20 cm.

12: Un triángulo tiene lados de 9 cm, 12 cm y 15 cm. Si un triángulo semejante tiene un lado de 30 cm, ¿cuánto mide el lado correspondiente al lado de 12 cm?

Respuesta: 40 cm.

13: En un triángulo ABC, los lados son 10 cm, 24 cm y 26 cm. Si un triángulo DEF es semejante y su lado más corto mide 5 cm, ¿cuánto mide el lado correspondiente al lado de 24 cm?

- Respuesta: 12 cm.

14: Un triángulo tiene lados de 6 cm, 8 cm y 10 cm. Si un triángulo semejante tiene un lado de 18 cm, ¿cuánto mide el lado correspondiente al lado de 8 cm?

- Respuesta: 12 cm.

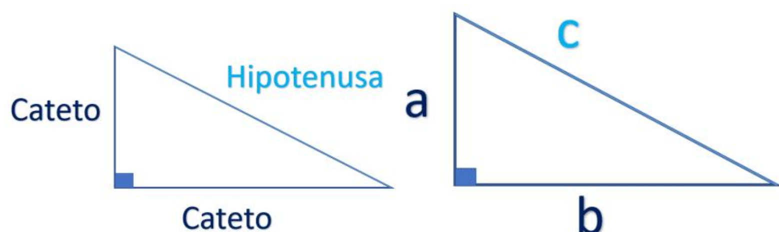
15: En un triángulo DEF, los lados son 5 cm, 12 cm y 13 cm. Si un triángulo GHI es semejante y su lado más largo mide 39 cm, ¿cuánto mide el lado correspondiente al lado de 5 cm?

Respuesta: 15 cm.

Teorema de Pitágoras $a^2 + b^2 = c^2$

Solo aplica para triangulos rectangulos (los que tiene un angulo recto=90°)
La suma de los cuadrados de los catetos en un triángulo rectángulo es igual al cuadrado de la hipotenusa
Catetos: lados que forman el ángulo recto
Hipotenusa: lado opuesto al ángulo recto

Del teorema de Pitágoras podemos despejar los catetos o la hipotenusa



$$a^2 + b^2 = c^2$$
$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$
$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$
$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Actividad 2.10 Teorema de Pitágoras

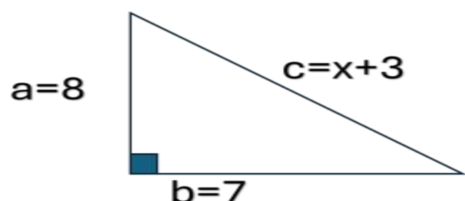
Considerando el triángulo rectángulo de la figura anterior, determinar el valor de las incógnitas en los siguientes ejercicios en hojas anexas

	a	b	c	dificultad
1	8	7	$x+3$	2
2	4	$y+2$	10	2
3	$w-4$	9	12	2
4	$2x-1$	$x-3$	$3x+6$	3
5	$y+5$	4	$y+7$	1
6	5	$3w-4$	$4w+3$	3
7	$x+7$	$x-5$	70	3
8	$x+1$	$4x-3$	$\sqrt{28}$	3
9	$3y-5$	$\sqrt{y+7}$	$\sqrt{37}$	3
10	$\sqrt{w+3}$	$\sqrt{w+5}$	$\sqrt{46}$	1
11	$4y-6$	$\sqrt{y+7}$	$\sqrt{63}$	3
12	$\sqrt{x-5}$	$\sqrt{x-3}$	$\sqrt{x+6}$	1
13	$\sqrt{y-4}$	$2y+3$	$\sqrt{y+2}$	3
14	$\sqrt{w-1}$	$\sqrt{72}$	$\sqrt{w+7}$	1
15	$\sqrt{y-2}$	6	9	1
16	7	$\sqrt{x-3}$	$\sqrt{42}$	1
17	$\sqrt{y-3}$	$\sqrt{y+1}$	73	1
18	$\sqrt{w-6}$	$\sqrt{22}$	$\sqrt{52}$	1
19	$3x-2$	$2x+3$	$\sqrt{130}$	2
20	$\sqrt{4y-2}$	$\sqrt{2y+5}$	12	1

Actividad 2.10 Teorema de Pitágoras

Considerando el triángulo rectángulo de la figura anterior determina el valor de las incógnitas en los siguientes ejercicios en hojas anexas

	a	b	c	
1	*8*	*7*	$x+3$	



$a^2+b^2=c^2$

$(8)^2+(7)^2=(x+3)^2$ $\quad (a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

$64+49=x^2+6x+9$ $\quad 2°$

$2° \rightarrow \mathrm{ax}^2+\mathrm{bx}+\mathrm{c}=0$

$x^2+6x+9-64-49=0$

$x^2+6x-104=0$

$x^2+6x-104=0$ completando cuadrados

Divido entre a=1 $\quad x^2+6x-104=0$

Ordeno $\quad x^2+6x \quad =104$

Completo cuadrados $\quad x^2+6x+(3)^2=104+(3)^2$

$TCP \quad =104+9$

Factorizo TCP $\quad (x+3)^2 \quad =113$

Saco raíz $\quad \sqrt{(x+3)^2} \quad =\pm\sqrt{113}$

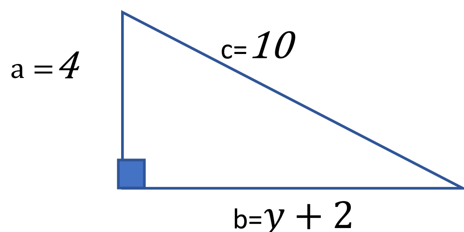
Despejo x $\quad x+3 \quad =\pm\sqrt{113}$

$x=-3\pm\sqrt{113}$

Actividad 2.10 Teorema de Pitágoras

Considerando el triángulo rectángulo de la figura anterior determina el valor de las incógnitas en los siguientes ejercicios en hojas anexas

	a	b	c	
2	*4*	$y+2$	*10*	



$a^2+b^2=c^2$

$(4)^2+(y+2)^2=(10)^2$

$2° \rightarrow \mathrm{ax}^2+\mathrm{bx}+\mathrm{c}=0$

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

$(4)^2+(y+2)^2=(10)^2$

$16+y^2+4y+4=100$

$y^2+4y+20-100=0$

$y^2+4y-80=0$ $\quad 2°$ completando cuadrados

Divido entre a=1

Ordeno $\quad y^2+4y \quad =80$

Completo cuadrados $\quad y^2+4y+(2)^2 \quad =80+(2)^2$

$TCP \quad =80+4$

Factorizo TCP $\quad (y+2)^2 \quad =84$

Saco raíz $\quad \sqrt{(y+2)^2} \quad =\pm\sqrt{84}$

Despejo y $\quad y+2 \quad =\pm\sqrt{4*21}$

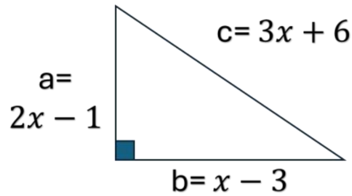
$y=2\pm2\sqrt{21}$

Actividad 2.10

Teorema de Pitágoras

Considerando el triángulo rectángulo de la figura anterior determina el valor de las incógnitas en los siguientes ejercicios en hojas anexas

	a	b	c	
4	$2x-1$	$x-3$	$3x+6$	



$$a^2+b^2=c^2$$

$$(2x-1)^2+(x-3)^2=(3x+6)^2$$

2° $\rightarrow$ $ax^2+bx+c=0$

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

$$(2x-1)^2+(x-3)^2=(3x+6)^2$$

$$4x^2-4x+1+x^2-6x+9=9x^2+36x+36$$

$$9x^2-x^2-4x^2+36x+4x+6x+36-1-9=0$$

$$4x^2+46x+26=0$$ completando cuadrados

Divido entre a=4 $\quad x^2+\frac{46}{4}x+\frac{26}{4}=0$

Ordeno $\quad x^2+\frac{23}{2}x=-\frac{13}{2}$

Completo cuadrados $\quad x^2+\frac{23}{2}x+\left(\frac{23}{4}\right)^2=-\frac{13}{2}+\left(\frac{23}{4}\right)^2$

$TCP \quad =-\frac{104}{16}+\frac{529}{16}$

Factorizo TCP $\quad \left(x+\frac{23}{4}\right)^2=\frac{425}{16}$

Saco raíz $\quad \sqrt{\left(x+\frac{23}{4}\right)^2}=\pm\sqrt{\frac{425}{16}}$

Despejo x $\quad x+\frac{23}{4}=\pm\sqrt{\frac{425}{16}}$

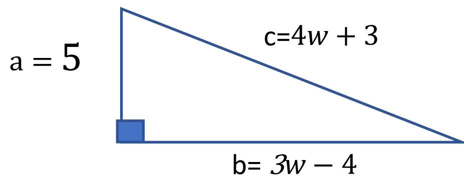
$$x=-\frac{23}{4}\pm\frac{\sqrt{425}}{4}$$

$$x=\frac{-23\pm\sqrt{425}}{4}$$

Actividad 2.10 Teorema de Pitágoras

Considerando el triángulo rectángulo de la figura anterior determina el valor de las incógnitas en los siguientes ejercicios en hojas anexas

	a	b	c	
6	5	$3w-4$	$4w+3$	



$$a^2+b^2=c^2$$

$$(5)^2+(3w-4)^2=(4w+3)^2$$

2° $\rightarrow$ $ax^2+bx+c=0$

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

$$(5)^2+(3w-4)^2=(4w+3)^2$$

$$25+9w^2-24w+16=16w^2+24w+9$$

$$7w^2+48w-32=0$$ 2° completando cuadrados

Divido entre a=7 $\quad w^2+\frac{48}{7}w-\frac{32}{7}=0$

Ordeno $\quad w^2+\frac{48}{7}w=\frac{32}{7} \qquad \frac{48}{14}=\frac{24}{7}$

Completo cuadrados $\quad w^2+\frac{48}{7}w+\left(\frac{24}{7}\right)^2=\frac{32}{7}+\frac{576}{49}$

$TCP \quad =\frac{224}{49}+\frac{576}{49}$

Factorizo TCP $\quad \left(w+\frac{24}{7}\right)^2=\frac{800}{49}$

Saco raíz $\quad \sqrt{\left(w+\frac{24}{7}\right)^2}=\pm\sqrt{\frac{800}{49}}$

Despejo x $\quad w+\frac{24}{7}=\pm\frac{\sqrt{16*50}}{7}$

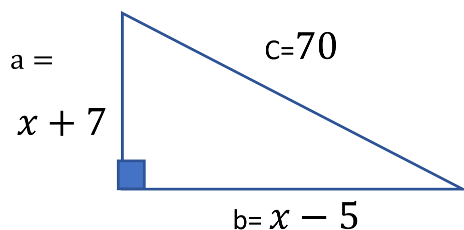
$$w=-\frac{24}{7}\pm\frac{4\sqrt{50}}{7}$$

$$w=-\frac{24\pm4\sqrt{50}}{7}$$

Actividad 2.10 Teorema de Pitágoras

Considerando el triángulo rectángulo de la figura anterior determina el valor de las incógnitas en los siguientes ejercicios en hojas anexas

	a	b	c	
7	$x+7$	$x-5$	70	



$$a^2+b^2=c^2$$

$$(x+7)^2+(x-5)^2=(70)^2$$

2° $\rightarrow ax^2+bx+c=0$

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

$$(x+7)^2+(x-5)^2=(70)^2$$

$$x^2+14x+49+x^2-10x+25=4900$$

$$2x^2+4x-4826=0 \qquad 2° \text{ completando cuadrados}$$

Divido entre a=2 $\qquad x^2+2x-\frac{4826}{2}=0$

Ordeno $\qquad x^2+2x \quad =2413$

Completo cuadrados $\qquad x^2+2x+(1)^2=2413+(1)^2$

$TCP \qquad =2413+1$

Factorizo TCP $\qquad (x+1)^2 \quad =2414$

Saco raíz $\qquad \sqrt{(x+1)^2} \quad =\pm\sqrt{2414}$

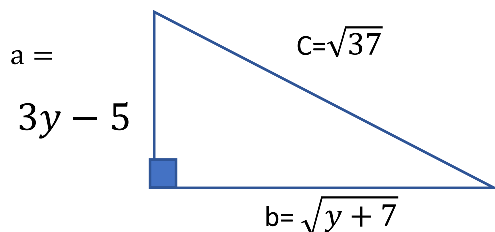
Despejo x $\qquad x+1 \quad =\pm\sqrt{2414}$

$$x=-1\pm\sqrt{2414}$$

Actividad 2.10 Teorema de Pitágoras

Considerando el triángulo rectángulo de la figura anterior determina el valor de las incógnitas en los siguientes ejercicios en hojas anexas

	a	b	c	
9	$3y-5$	$\sqrt{y+7}$	$\sqrt{37}$	



$$a^2+b^2=c^2$$

$$(3y-5)^2+(\sqrt{y+7})^2=(\sqrt{37})^2$$

2° $\rightarrow ax^2+bx+c=0$

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

$$(3y-5)^2+(\sqrt{y+7})^2=(\sqrt{37})^2$$

$$9y^2-30y+25+y+7=37$$

$$9y^2-29y+32-37=0$$

$$9y^2-29y-5=0 \qquad 2° \text{ completando cuadrados}$$

Divido entre a=9 $\qquad y^2+\frac{29}{9}y-\frac{5}{9}=0$

Ordeno $\qquad y^2+\frac{29}{9}y \quad =\frac{5}{9}$

Completo cuadrados $\qquad y^2+\frac{29}{9}y+\left(\frac{29}{18}\right)^2=\frac{5}{9}+\left(\frac{29}{18}\right)^2$

$TCP \qquad =\frac{180}{324}+\frac{841}{324}$

Factorizo TCP $\qquad \left(y+\frac{29}{18}\right)^2 \quad =\frac{1021}{324}$

Saco raíz $\qquad \sqrt{\left(y+\frac{29}{18}\right)^2} \quad =\pm\sqrt{\frac{1021}{324}}$

Despejo x $\qquad y+\frac{29}{18} \quad =\pm\sqrt{\frac{1021}{324}}$

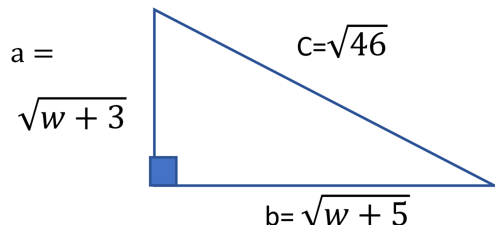
$$x=-\frac{29}{18}\pm\frac{\sqrt{1021}}{18}$$

$$x=\frac{-29\pm\sqrt{1021}}{18}$$

Actividad 2.10 Teorema de Pitágoras

Considerando el triángulo rectángulo de la figura anterior determina el valor de las incógnitas en los siguientes ejercicios en hojas anexas

	a	b	c	
10	$\sqrt{w+3}$	$\sqrt{w+5}$	$\sqrt{46}$	



$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$\left(\sqrt{w+3}\right)^2 + \left(\sqrt{w+5}\right)^2 = \left(\sqrt{46}\right)^2$$

$$w + 3 + w + 5 = 46 \quad 1°$$

$$2w + 8 = 46$$

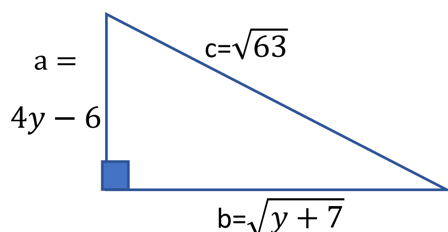
$$2w = 46 - 8$$

$$w = 38$$

Actividad 2.10 Teorema de Pitágoras

Considerando el triángulo rectángulo de la figura anterior determina el valor de las incógnitas en los siguientes ejercicios en hojas anexas

	a	b	c	
11	$4y-6$	$\sqrt{y+7}$	$\sqrt{63}$	



$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$(4y-6)^2 + \left(\sqrt{y+7}\right)^2 = \left(\sqrt{63}\right)^2$$

$2°\ \rightarrow\ ax^2 + bx + c = 0$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(4y-6)^2 + \left(\sqrt{y+7}\right)^2 = \left(\sqrt{63}\right)^2$$

$$16y^2 - 48y + 36 + y + 7 = 63$$

$$16y^2 - 47y + 43 - 63 = 0$$

$$16y^2 - 47y - 20 = 0 \quad 2° \text{ completando cuadrados}$$

Divido entre a=16 $\quad y^2 - \frac{47}{16}y - \frac{20}{16} = 0$

Ordeno $\quad y^2 - \frac{47}{16}y = \frac{20}{16}$

Completo cuadrados $\quad y^2 - \frac{47}{16}y + \left(\frac{47}{32}\right)^2 = \frac{20}{16} + \left(\frac{47}{32}\right)^2$

TCP $\quad = \frac{1280}{1024} + \frac{2209}{1024}$

Factorizo TCP $\quad \left(y - \frac{47}{32}\right)^2 = \frac{3489}{1024}$

Saco raíz $\quad \sqrt{\left(y + \frac{47}{32}\right)^2} = \pm\sqrt{\frac{3489}{1024}}$

Despejo y $\quad y + \frac{47}{32} = \pm\sqrt{\frac{3489}{1024}}$

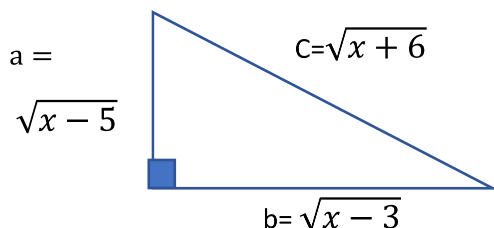
$$y = -\frac{47}{32} \pm \frac{\sqrt{3489}}{32}$$

$$y = \frac{-47 \pm \sqrt{3489}}{32}$$

Actividad 2.10 Teorema de Pitágoras

Considerando el triángulo rectángulo de la figura anterior determina el valor de las incógnitas en los siguientes ejercicios en hojas anexas

	a	b	c	
12	$\sqrt{x-5}$	$\sqrt{x-3}$	$\sqrt{x+6}$	



$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$\left(\sqrt{x-5}\right)^2 + \left(\sqrt{x-3}\right)^2 = \left(\sqrt{x+6}\right)^2$$

$$x - 5 + x - 3 = x + 6 \quad 1°$$

$$2x - 8 = x + 6$$

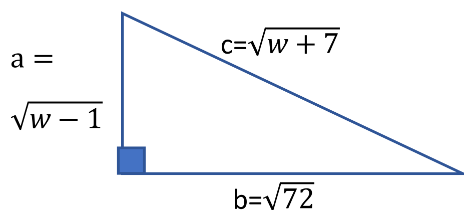
$$2x - x = 6 - 8$$

$$x = -2$$

Actividad 2.10 Teorema de Pitágoras

Considerando el triángulo rectángulo de la figura anterior determina el valor de las incógnitas en los siguientes ejercicios en hojas anexas

	a	b	c	
14	$\sqrt{w-1}$	$\sqrt{72}$	$\sqrt{w+7}$	



$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$\left(\sqrt{w-1}\right)^2 + \left(\sqrt{72}\right)^2 = \left(\sqrt{w+7}\right)^2$$

$$w - 1 + 72 = w + 7 \quad 1°$$

$$w + 71 = w + 7$$

$$w - w = 7 - 71$$

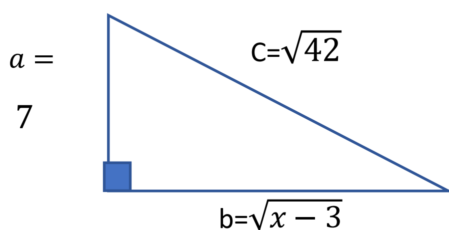
$$0 = -64$$

No tiene solucion porque se anula la incognita

Actividad 2.10 Teorema de Pitágoras

Considerando el triángulo rectángulo de la figura anterior determina el valor de las incógnitas en los siguientes ejercicios en hojas anexas

	a	b	c	
16	7	$\sqrt{x-3}$	$\sqrt{42}$	



$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$(7)^2 + \left(\sqrt{x-3}\right)^2 = \left(\sqrt{42}\right)^2$$

$$49 + x - 3 = 42 \quad 1°$$

$$x + 46 = 42$$

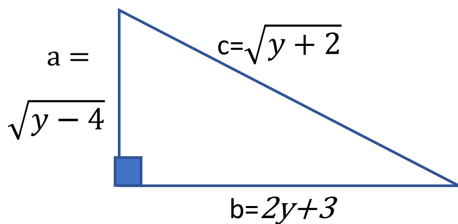
$$x = 42 - 46$$

$$x = -4$$

Actividad 2.10 Teorema de Pitágoras

Considerando el triángulo rectángulo de la figura anterior determina el valor de las incógnitas en los siguientes ejercicios en hojas anexas

	a	b	c	
13	$\sqrt{y-4}$	$2y{+}3$	$\sqrt{y+2}$	



$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$\left(\sqrt{y-4}\,\right)^2 + \ (2y+3)^2 = \left(\sqrt{y+2}\,\right)^2$$

$2°\ \rightarrow\ ax^2 + bx + c = 0$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\left(\sqrt{y-4}\,\right)^2 + \ (2y+3)^2 = \left(\sqrt{y+2}\,\right)^2$$

$$y - 4 + 4y^2 + 12y + 9 = y + 2$$

$$4y^2 + 12y - y + y + 5 - 2 = 0$$

$4y^2 + 12y + 3 = 0$ $\quad 2°\quad$ completando cuadrados

Divido entre a=4 $\quad y^2 + 3y - \frac{3}{4} = 0$

Ordeno $\quad y^2 + 3y \quad = \frac{3}{4}$

Completo cuadrados $\quad y^2 + 3y + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} + \left(\frac{3}{2}\right)^2$

$TCP \quad = \frac{3}{4} + \frac{9}{4}$

Factorizo TCP $\quad \left(y + \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{12}{4}$

Saco raíz $\quad \sqrt{\left(y + \frac{3}{2}\right)^2} = \pm\sqrt{\frac{12}{4}}$

Despejo y $\quad y + \frac{3}{2} = \pm\sqrt{\frac{12}{4}}$

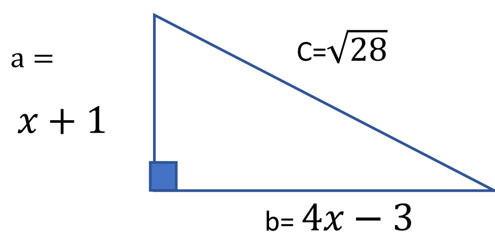
$$y = -\frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{4*3}}{2}$$

$$y = \frac{-3 \pm 2\sqrt{3}}{2}$$

Actividad 2.10 Teorema de Pitágoras

Considerando el triángulo rectángulo de la figura anterior determina el valor de las incógnitas en los siguientes ejercicios en hojas anexas

	a	b	c	
8	$x+1$	$4x-3$	$\sqrt{28}$	



$$(x+1)^2 + (4x-3)^2 = \left(\sqrt{28}\right)^2$$

$$x^2 + 2x + 1 + 16x^2 - 24x + 9 = 28$$

$17x^2 - 22x - 18 = 0$ $\quad 2°\quad$ completando cuadrados

Divido entre a=17 $\quad x^2 - \frac{22}{17}x - \frac{18}{17} = 0$

Ordeno $\quad x^2 - \frac{22}{17}x \quad = \frac{18}{17}$

Completo cuadrados $\quad x^2 - \frac{22}{17}x + \left(\frac{11}{17}\right)^2 = \frac{18}{17} + \left(\frac{11}{17}\right)^2$

$TCP \quad = \frac{306}{289} + \frac{121}{289}$

Factorizo TCP $\quad \left(x - \frac{11}{17}\right)^2 = \frac{427}{289}$

Saco raíz $\quad \sqrt{\left(x - \frac{11}{17}\right)^2} = \pm\sqrt{\frac{427}{289}}$

Despejo x $\quad x - \frac{11}{17} = \pm\sqrt{\frac{427}{289}}$

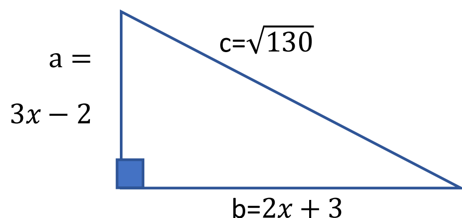
$$x = \frac{11}{17} \pm \frac{\sqrt{427}}{17}$$

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{427}}{17}$$

Actividad 2.10 Teorema de Pitágoras

Considerando el triángulo rectángulo de la figura anterior determina el valor de las incógnitas en los siguientes ejercicios en hojas anexas

	a	b	c	
19	$3x-2$	$2x+3$	$\sqrt{130}$	



$$a^2+b^2=c^2$$

$$(3x-2)^2+(2x+3)^2=\left(\sqrt{130}\right)^2$$

$2°\ \rightarrow\ ax^2+bx+c=0$

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

$$(3x-2)^2+(2x+3)^2=\left(\sqrt{130}\right)^2$$

$$9x^2-12x+4+4x^2+12x+9=130$$

$$13x^2+13-130=0$$

$$13x^2-117=0 \quad 2°$$

$$13x^2=117$$

$$x^2=\frac{117}{13}$$

$$\sqrt{x^2}=\pm\sqrt{\frac{117}{13}}$$

$$x=\pm\sqrt{\frac{117}{13}}$$

$$x=\pm\frac{\sqrt{117}}{\sqrt{13}}$$

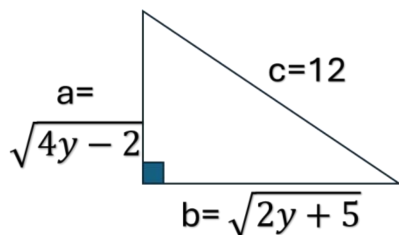
$$x=\pm\frac{\sqrt{117}*\sqrt{13}}{13}$$

$$x=\pm\frac{\sqrt{1521}}{13}$$

Actividad 2.10 Teorema de Pitágoras

Considerando el triángulo rectángulo de la figura anterior determina el valor de las incógnitas en los siguientes ejercicios en hojas anexas

	a	b	c	
20	$\sqrt{4y-2}$	$\sqrt{2y+5}$	12	



$$a^2+b^2=c^2$$

$$\left(\sqrt{4y-2}\right)^2+\left(\sqrt{2y+5}\right)^2=(12)^2$$

$$4y-2+2y+5=144 \quad 1°$$

$$6y+3=144$$

$$6y=144-3$$

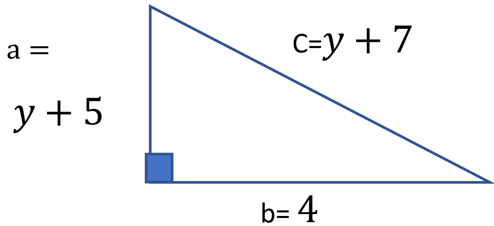
$$y=\frac{141}{6}=\frac{47}{2}$$

$$y\approx 23.5$$

Actividad 2.10 Teorema de Pitágoras

Considerando el triángulo rectángulo de la figura anterior determina el valor de las incógnitas en los siguientes ejercicios en hojas anexas

	a	b	c	
5	$y+5$	4	$y+7$	



$$(y+5)^2 + (4)^2 = (y+7)^2$$

$$y^2 + 10y + 25 + 16 = y^2 + 14y + 49$$

$$y^2 + 10y + 25 + 16 - y^2 - 14y - 49 = 0$$

$$-4y - 8 = 0 \qquad 1°$$

$$-4y = 8$$

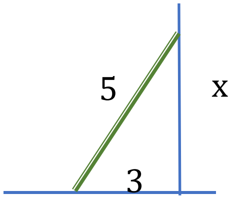
$$y = \frac{8}{-4}$$

$$y = -2$$

Actividad 2.11 Problemas de aplicación teorema de Pitágoras

Resolver los siguientes problemas

1. Escalera: Una escalera de 5 metros de longitud se apoya contra una pared. Si la base de la escalera está a 3 metros de la pared, ¿A qué altura llega la escalera en la pared?



$a^2 + b^2 = c^2$

$(x)^2 + (3)^2 = (5)^2$

$x^2 + 9 = 25$

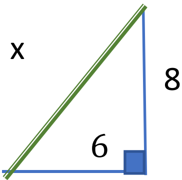
$x^2 = 25 - 9$

$x^2 = 16$

$x = \pm\sqrt{16}$

$x = \pm 4\text{m}$

2. Triángulo Rectángulo: Un triángulo rectángulo tiene un cateto de 6 cm y otro cateto de 8 cm. ¿Cuál es la longitud de la hipotenusa?



$a^2 + b^2 = c^2$

$(8)^2 + (6)^2 = (x)^2$

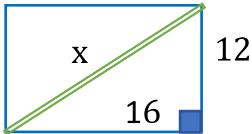
$64 + 36 = x^2$

$100 = x^2$

$\pm\sqrt{100} = x$

$\pm 10\ cm = x$

3. Terreno: Un terreno tiene forma rectangular y sus lados miden 12 m y 16 m. ¿Cuál es la longitud de la diagonal del terreno?



$a^2 + b^2 = c^2$

$(12)^2 + (16)^2 = (x)^2$

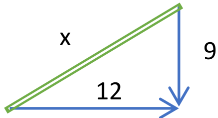
$144 + 256 = x^2$

$400 = x^2$

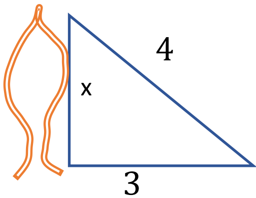
$\pm\sqrt{400} = x$

$\pm 20m = x$

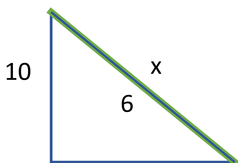
4. Caminos: Dos caminos se cruzan formando un triángulo rectángulo. Uno de los caminos mide 9 m y el otro 12 m. ¿Cuál es la distancia entre los extremos de los caminos?



4. Altura de un árbol: Un árbol proyecta una sombra de 4 metros. Si la distancia desde la base del árbol hasta el extremo de la sombra es de 3 metros, ¿cuál es la altura del árbol?



5. Puente: Un puente forma un triángulo rectángulo con el suelo. Si la altura del puente es de 10 m y la distancia desde la base del puente hasta el punto donde se encuentra el extremo del puente es de 6 m, ¿cuál es la longitud del puente?

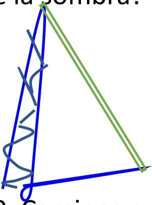


6. Escuadra: Un carpintero utiliza una escuadra que forma un triángulo rectángulo. Si un cateto mide 5 cm y el otro 12 cm, ¿cuál es la longitud de la escuadra?

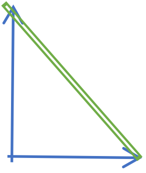
7. Rampa: Una rampa tiene una longitud de 8 m y se eleva a una altura de 6 m. ¿Cuál es la distancia horizontal que cubre la rampa?

8.Diagonal de un cuadrado: Un cuadrado tiene lados de 10 cm. ¿Cuál es la longitud de la diagonal del cuadrado?

9. Torre: Una torre de 15 m de altura proyecta una sombra de 9 m. ¿Cuál es la distancia desde la base de la torre hasta el extremo de la sombra?

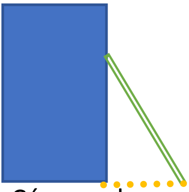


10. Caminos en un parque: En un parque, dos caminos forman un triángulo rectángulo. Uno mide 7 m y el otro 24 m. ¿Cuál es la longitud de la diagonal que conecta los extremos de los caminos?



11. Triángulo de un techo: Un techo tiene forma de triángulo rectángulo. Si un cateto mide 3 m y el otro 4 m, ¿cuál es la longitud de la viga que conecta los extremos del techo?

12. Escalera en un edificio: Una escalera de 10 m se apoya en una pared. Si la base de la escalera está a 6 m de la pared, ¿a qué altura llega la escalera?

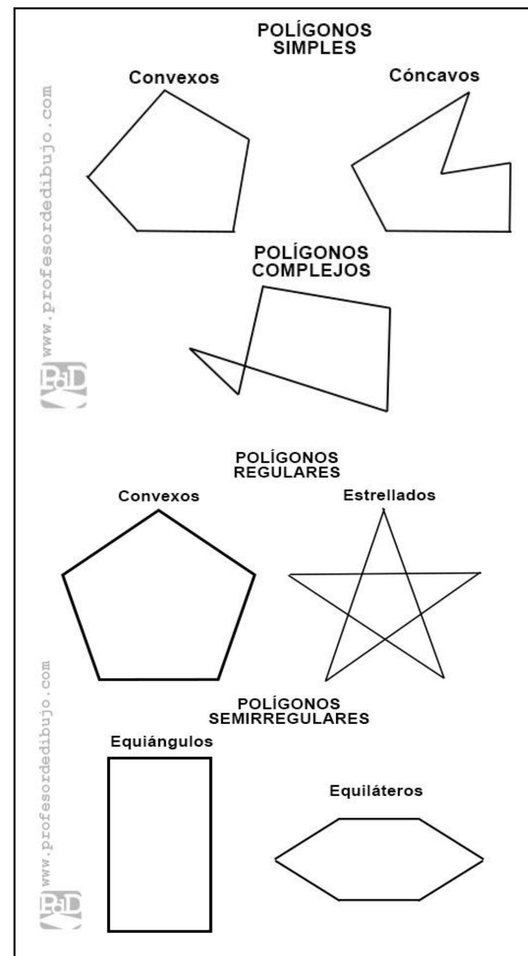


13. Cámara de seguridad: Una cámara de seguridad está instalada a 5 m de altura en una pared. Si la cámara tiene un ángulo de visión que forma un triángulo rectángulo con el suelo y la distancia horizontal es de 12 m, ¿cuál es la distancia directa desde la cámara hasta el punto en el suelo?

14. Caminata: Un sendero en un parque forma un triángulo rectángulo. Si un lado mide 8 m y el otro 15 m, ¿cuál es la longitud de la hipotenusa?

Polígonos

Los polígonos figura geométrica plana compuesta por una secuencia finita de segmentos rectos consecutivos que encierran una región en el plano



Clasificación de polígonos.

Según su forma:

Simple: Cuando ninguno de sus lados no consecutivos se corta.

Convexo: es aquel polígono que tiene todos sus ángulos interiores menores que 180º.

Se cumple que al ser atravesado por una recta siempre lo corta en un máximo de dos puntos.

Cóncavo: es aquel polígono que tiene alguno o varios de sus ángulos interiores menores que 180º. Se cumple que al ser atravesado por una recta puede cortarlo en más de dos puntos.

Complejo: Cuando dos de sus aristas no consecutivas se cortan.

Según sus condiciones de regularidad:

Regular: son polígonos que tienen todos sus lados y ángulos iguales.

Dentro de los regulares encontramos dos tipos:

Convexos: Son polígonos simples convexos cuyos lados y ángulos son todos iguales.

Estrellados: Son polígonos regulares cóncavos cruzados con forma de estrella.

Semirregulares: Son aquellos que tienen todos sus lados o todos sus ángulos iguales, pero no ambos elementos.

Distinguimos dos tipos:

Equiángulo: Son polígonos que tienen todos sus ángulos iguales, pero no sus lados.

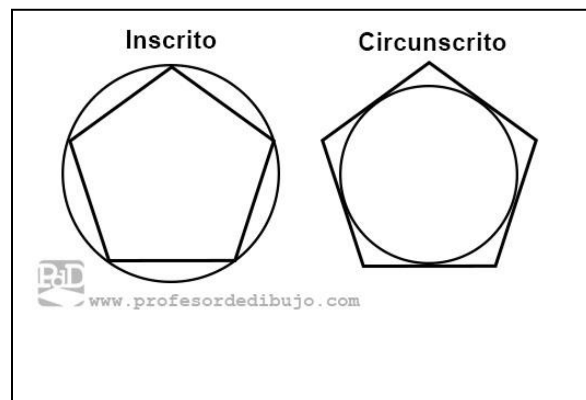
Equilátero: Son polígonos que tienen todos sus lados iguales, pero no sus ángulos.

Irregular: son aquellos polígonos que tienen lados y ángulos diferentes.

Relaciones del polígono respecto a la circunferencia.

Se contemplan dos tipos de relaciones:

- **Inscrito**: Se dice que un polígono esta inscrito en una circunferencia cuando todos los vértices del polígono son puntos de dicha circunferencia.
- **Circunscrito**: Se dice que un polígono está circunscrito a una circunferencia cuando todos los lados del polígono son tangentes a dicha circunferencia.



Polígonos según el número de lados.

TRIÁNGULO	3 LADOS
CUADRILÁTEROS	4 LADOS
PENTÁGONO	5 LADOS
HEXÁGONO	6 LADOS
HEPTÁGONO	7 LADOS
OCTÓGONO u OCTÁGONO	8 LADOS
ENEÁGONO u NONÁGONO	9 LADOS
DECÁGONO	10 LADOS
ENDECÁGONO	11 LADOS
DODECÁGONO	12 LADOS

Polígono	Nombre	Nº de lados	Nº de ángulos	El polígono es
	Triangulo	3	3	Regular
	Cuadrilátero	4	4	Irregular
	Pentágono	5	5	Regular
	Hexágono	6	6	Irregular
	Octágono	8	8	Irregular
	Decágono	10	10	Irregular

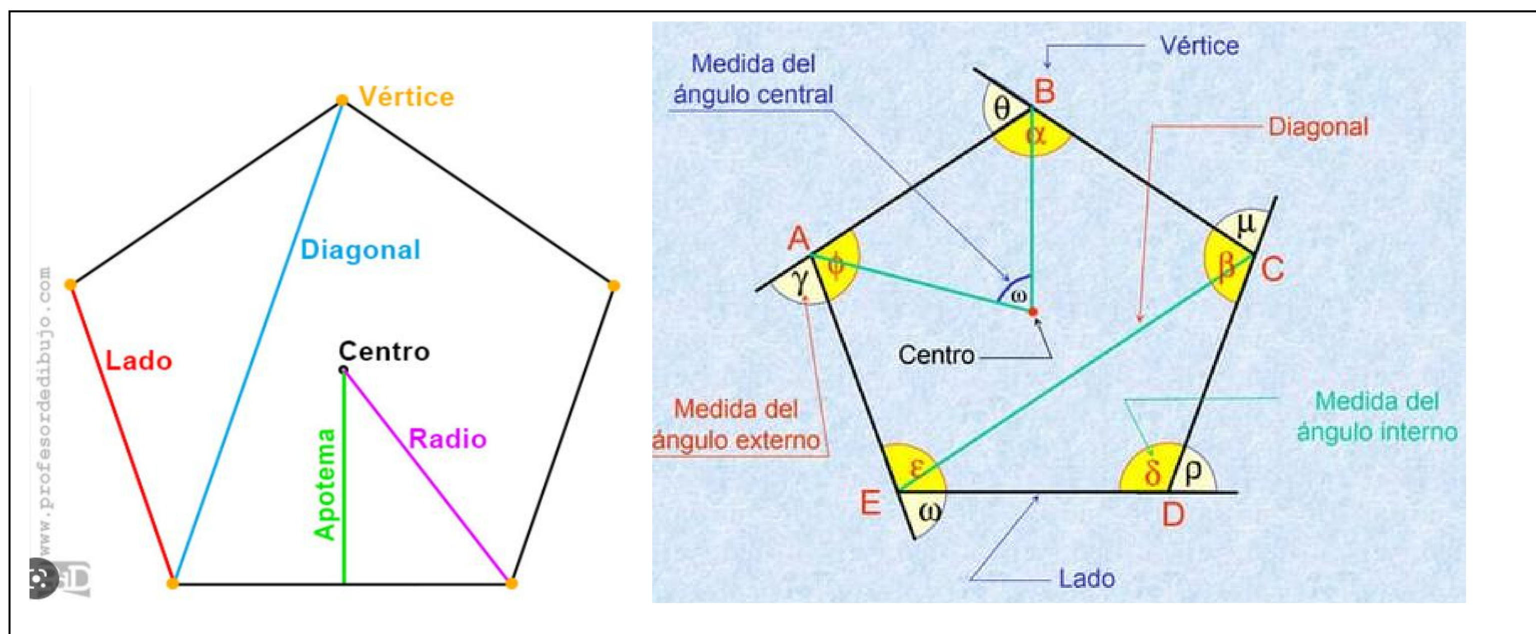
Elementos de un polígono

Elementos de un polígono.

- **Lado**: son los segmentos que forman el polígono. También nombradas como aristas.
- **Vértice**: es el punto de corte entre dos lados.
- **Diagonal**: es el segmento que une dos lados no consecutivos.
- **Perímetro**: es el contorno de la superficie del polígono, la suma de las longitudes de todos sus lados

En polígonos regulares también distinguimos los siguientes elementos:

- **Centro**: Es un punto equidistante de todos los ángulos y lados.
- **Apotema**: Es el segmento que une el centro del polígono con el punto medio de cualquiera de sus lados.
- **Radio**: Es el segmento que une el centro del polígono con cualquiera de sus vértices.
- **Ángulo central**: es el formado por dos radios que parten del centro a los dos extremos de un mismo lado.
- **Angulo interior** ($\propto, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\delta}$)
- **Angulo exterior** ($\boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\omega}$)

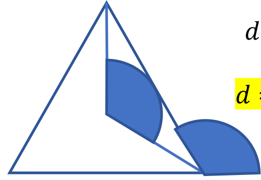


Formulas

Diagonales desde un vértice	(d)	$d = n - 3$
Diagonales totales	(D)	$D = \frac{(n-3)\ n}{2}$
Sumatoria de ángulos interiores	$(\Sigma < int)$	$\Sigma < int = (n-2)\ 180$
Ángulo interior	$(< int)$	$< int = \frac{(n-2)\ 180}{n}$
Ángulo central	$(< central)$	$< central = \frac{360}{n}$
Ángulo exterior	$(< ext)$	$< ext = \frac{360}{n}$

Actividad 2.12 Polígonos

Completa la siguiente tabla, dibuja el polígono para n menores a 7

N°	Lados (n)	Nombre	Diagonales desde un vértice $d = n - 3$	Diagonales totales $D = \frac{(n-3)n}{2}$	Sumatoria de ángulos interiores $\Sigma < int = (n-2)\,180$	Ángulo interior $< int = \frac{(n-2)\,180}{n}$	Ángulo central $< cen = \frac{360}{n}$	Ángulo exterior $< ext = \frac{360}{n}$
1	3	Triángulo 	$d = n - 3$ $d = 3 - 3$ $d = 0d$	$D = \frac{(n-3)n}{2}$ $D = \frac{(3-3)3}{2}$ $D = \frac{(0)3}{2}$ $D = 0\text{D}$	$\Sigma < int = (n-2)\,180$ $\Sigma < int = (3-2)\,180$ $\Sigma < int = (1)\,180$ $\Sigma < int = 180°$	$< int = \frac{(n-2)\,180}{n}$ $< int = \frac{(3-2)\,180}{3}$ $< int = \frac{(1)\,180}{3}$ $< int = 60°$	$< cen = \frac{360}{n}$ $< cen = \frac{360}{3}$ $< cen = 120°$	$< ext = \frac{360}{n}$ $< ext = \frac{360}{3}$ $< ext = 120°$
2	4							
3	5							
4	6							
5	7							

N°	Lados (n)	Nombre	Diagonales desde un vértice $d = n - 3$	Diagonales totales $D = \frac{(n-3)n}{2}$	Sumatoria de ángulos interiores $\Sigma < int = (n-2)\,180$	Ángulo interior $< int = \frac{(n-2)\,180}{n}$	Ángulo central $< cen = \frac{360}{n}$	Ángulo exterior $< ext = \frac{360}{n}$
6	8	Octágono	$d = n - 3$ $d = 8 - 3$ $d = 5d$	$D = \frac{(n-3)n}{2}$ $D = \frac{(8-3)8}{2}$ $D = \frac{(5)8}{2}$ $D = \frac{40}{2}$ $D = 20D$	$\Sigma < int = (n-2)\,180$ $\Sigma < int = (8-2)\,180$ $= (6)\,180$ $\Sigma < int = 1080°$	$< int = \frac{(n-2)\,180}{n}$ $= \frac{(8-2)\,180}{8}$ $= \frac{(n-2)\,180}{n}$ $= \frac{1080}{8}$ $= 135°$	$< central = \frac{360}{n}$ $= \frac{360}{8}$ $= 45°$	$< ext = \frac{360}{n}$ $= \frac{360}{8}$ $= 45°$
7	10							
8	12							
9	16	Poligono de 16 lados hexadecagono	$d = n - 3$ $d = 16 - 3$ $d = 13\ d$	$D = \frac{(n-3)n}{2}$ $D = \frac{(16-3)16}{2}$ $D = \frac{(13)16}{2}$ $D = 104\ D$	$\Sigma < int = (n-2)\,180$ $\Sigma < int = (16-2)\,180$ $\Sigma < int = (14)\,180$ $\Sigma < int = 2\,520°$	$< int = \frac{(n-2)\,180}{n}$ $< int = \frac{(16-2)\,180}{16}$ $< int = \frac{(14)\,180}{16}$ $< int \approx 157.5°$	$< cen = \frac{360}{n}$ $< cen = \frac{360}{16}$ $< cen \approx 22.5°$	$< ext = \frac{360}{n}$ $< ext = \frac{360}{15}$ $< ext \approx 22.5°$
10	15	Poligono de 15 lados Pentadecagono	$d = n - 3$ $d = 15 - 3$ $d = 12\ d$	$D = \frac{(n-3)n}{2}$ $D = \frac{(15-3)15}{2}$ $D = \frac{(12)15}{2}$ $D = 90\ D$	$\Sigma < int = (n-2)\,180$ $\Sigma < int = (15-2)\,180$ $\Sigma < int = (13)\,180$ $\Sigma < int = 2340°$	$< int = \frac{(n-2)\,180}{n}$ $< int = \frac{(15-2)\,180}{15}$ $< int = \frac{(13)\,180}{15}$ $< int = 156°$	$< cen = \frac{360}{n}$ $< cen = \frac{360}{15}$ $< cen = 24°$	$< ext = \frac{360}{n}$ $< ext = \frac{360}{15}$ $< ext = 24°$
11	25	Poligono de 25 lados Pentacósagono	$d = n - 3$ $d = 25 - 3$ $d = 22\ d$	$D = \frac{(n-3)n}{2}$ $D = \frac{(25-3)25}{2}$ $D = \frac{(22)25}{2}$ $D = 275\ D$	$\Sigma < int = (n-2)\,180$ $\Sigma < int = (25-2)\,180$ $\Sigma < int = (23)\,180$ $\Sigma < int = 4\,140°$	$< int = \frac{(n-2)\,180}{n}$ $< int = \frac{(25-2)\,180}{25}$ $< int = \frac{(23)\,180}{25}$ $< int \approx 165.6°$	$< cen = \frac{360}{n}$ $< cen = \frac{360}{25}$ $< cen \approx 14.4°$	$< ext = \frac{360}{n}$ $< ext = \frac{360}{15}$ $< ext \approx 14.4°$
12	32	Poligono de 32 lados	$d = n - 3$ $d = 32 - 3$ $d = 29\ d$	$D = \frac{(n-3)n}{2}$ $D = \frac{(32-3)32}{2}$ $D = \frac{(29)32}{2}$ $D = 464\ D$	$\Sigma < int = (n-2)\,180$ $\Sigma < int = (32-2)\,180$ $\Sigma < int = (30)\,180$ $\Sigma < int = 5400°$	$< int = \frac{(n-2)\,180}{n}$ $< int = \frac{(32-2)\,180}{32}$ $< int = \frac{(30)\,180}{32}$ $< int \approx 168.75°$	$< cen = \frac{360}{n}$ $< cen = \frac{360}{32}$ $< cen \approx 11.25°$	$< ext = \frac{360}{n}$ $< ext = \frac{360}{32}$ $< ext \approx 11.25°$
13	47	Poligono de 47 lados	$d = n - 3$ $d = 47 - 3$ $d = 44\ d$	$D = \frac{(n-3)n}{2}$ $D = \frac{(47-3)47}{2}$ $D = \frac{(44)32}{2}$ $D = 1\,034\ D$	$\Sigma < int = (n-2)\,180$ $\Sigma < int = (47-2)\,180$ $\Sigma < int = (45)\,180$ $\Sigma < int = 8\,100\ °$	$< int = \frac{(n-2)\,180}{n}$ $< int = \frac{(47-2)\,180}{47}$ $< int = \frac{(45)\,180}{47}$ $< int \approx 172.34°$	$< cen = \frac{360}{n}$ $< cen = \frac{360}{47}$ $< cen \approx 7.66°$	$< ext = \frac{360}{n}$ $< ext = \frac{360}{47}$ $< ext \approx 7.66°$

Actividad 2.13 Problemas de Polígonos

1) ¿Cuál es el polígono regular cuya suma de ángulos interiores es 1 260°?

$\Sigma < int = (n-2)\,180$

$1260 = (n-2)\,180$ 1°

$\frac{1260}{180} = n-2$

$7+2 = n$ $n = 9$

En un poligono de 9 lados la suma de angulos ineriores es 1 260°

2) ¿Cuál es el polígono regular cuyo ángulo interior es de 135°?

$< int = \frac{(n-2)\,180}{n}$

$135 = \frac{(n-2)\,180}{n}$ 1°

$135n = (n-2)\,180$

$135n = 180n - 360$

$135n - 180n = -360$

$-45n = -360$

$n = \frac{-360}{-45}$

$n = 8$

En un poligono de 8 lados el angulo interior mide 135°

3) ¿Cuántas diagonales se pueden trazar desde un vértice de un icoságono regular? Icoságono polígono de 20 lados

$d = n-3$

$d = 20-3$ 1°

$d = 17$ *En un icoságono se pueden trasar 17 diagonales dede un vertice*

4) ¿Cuál es el polígono en se pueden trazar 9 diagonales desde uno de sus vértices?

5) ¿Cuál es el polígono en el cual se pueden trazar 20 diagonales totales?

$D = \frac{(n-3)n}{2}$

$20 = \frac{(n-3)n}{2}$

$40 = n^2 - 3n$ 2°

$n^2 - 3n - 40 = 0$

$n^2 - 3n = 40$

$n^2 - 3n + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 40 + \left(\frac{3}{2}\right)^2$

$= 40 + \frac{9}{4}$

$\sqrt{\left(n-\frac{3}{2}\right)^2} = \pm\sqrt{\frac{169}{4}}$

$n - \frac{3}{2} = \pm\sqrt{\frac{169}{4}}$

$n = \frac{3}{2} \pm \frac{13}{2}$

$n = \frac{16}{2} = 8$, $n = -\frac{10}{2} = -5$

En el poligono de 8 lados se pueden trazar 20 diagnales totales

6) ¿Cuál es el polígono que tiene 12 diagonales más que lados?

$D = \frac{(n-3)n}{2}$

$n + 12 = \frac{(n-3)n}{2}$

$2n + 24 = n^2 - 3n$

$n^2 - 5n - 24 = 0$ 2° factorizo

(n-8)(n+3)=0

n=8 ó n=-3

En el poligono de 8 lados se puden trazar 12 diagonales mas que de lados

7) ¿Qué polígono tiene el doble de diagonales totales que de lados?

$D = \frac{(n-3)n}{2}$

$2n = \frac{(n-3)n}{2}$

$4n = n^2 - 3n$ 2° factorizo

$n^2 - 7n = 0$ por factorización

n(n-7)=0

n=0 ó n-7=0

n=7

En el poligono de 7 lados se puden trazar el doble de diagonales que de lados

ence

8) ¿Qué polígono tiene 25 diagonales mas que lados?

$\boldsymbol{D} = \frac{(n-3)n}{2}$

$n + 25 = \frac{(n-3)n}{2}$

$2n + 50 = n^2 - 3n$ 2°

$n^2 - 5n - 50 = 0$

por factorización
$n^2 - 5n - 50 = 0$
(n-10)(n+5)=0
n-10=0 ó n+5=0
n=10 n=-5

$n^2 - 5n = 50$

$n^2 - 5n + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = 50 + \left(\frac{5}{2}\right)^2$

$= 50 + \frac{25}{4}$

$\sqrt{\left(n - \frac{5}{2}\right)^2} = \pm\sqrt{\frac{225}{4}}$

$n - \frac{5}{2} = \pm\sqrt{\frac{225}{4}}$

$n = \frac{5}{2} \pm \frac{15}{2}$

$n = \frac{20}{2} = 10$, $n = -\frac{10}{2} = -5$

En el poligono de 10 lados se pueden trazar 25 diagnales totales

9) ¿Cuánto mide la altura de un triángulo equilátero de lado igual a $\sqrt{6}$?

$\sqrt{6}$ x $\sqrt{6}$

$a^2 + b^2 = c^2$

$(x)^2 + \left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^2 = (\sqrt{6})^2$

$x^2 + \frac{6}{4} = 6$ 2°

$x^2 + \frac{6}{4} = 6$

$x^2 = 6 - \frac{6}{4}$ $= \frac{24}{4} - \frac{6}{4}$

$\sqrt{x^2} = \pm\sqrt{\frac{18}{4}}$

$x = \pm\frac{\sqrt{18}}{2}$

$x = \pm\frac{\sqrt{9*2}}{2}$

$x = \pm\frac{3\sqrt{2}}{2}$ mide la altura

10) ¿Cuánto mide la altura de un triángulo equilátero de lado igual a $\sqrt{8}$?

$\sqrt{8}$ $\sqrt{8}$ x $\sqrt{8}$

$a^2 + b^2 = c^2$

$(x)^2 + \left(\frac{\sqrt{8}}{2}\right)^2 = (\sqrt{8})^2$

$x^2 + \frac{8}{4} = 8$ 2°

$x^2 + 2 = 8$

$x^2 = 6$

$x = \pm\sqrt{6}$

La altura de un triangulo equilatero de lado igual a $\sqrt{8}$ es igual $\sqrt{6}$ u

11) ¿Cuánto mide la altura de un triángulo equilátero de lado igual a $3\sqrt{2}$?

$3\sqrt{2}$ x $3\sqrt{2}$

$a^2 + b^2 = c^2$

$(x)^2 + \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2 = (3\sqrt{2})^2$

$x^2 + \frac{18}{4} = 18$ 2°

$x^2 + \frac{18}{4} = 18$

$x^2 = 18 - \frac{18}{4} = \frac{72}{4} - \frac{18}{4}$

$\sqrt{x^2} = \pm\sqrt{\frac{54}{4}}$

$x = \pm\frac{\sqrt{54}}{2}$

$x = \pm\frac{\sqrt{9*6}}{2}$

$x = \pm\frac{3\sqrt{6}}{2}$ mide la altura

12) ¿Cuánto mide la diagonal de un cuadrado de lado igual a $\sqrt{8}$?

x $\sqrt{8}$ $\sqrt{8}$

$a^2 + b^2 = c^2$

$(\sqrt{8})^2 + (\sqrt{8})^2 = (x)^2$

$8 + 8 = x^2$ 2°

$16 = x^2$

$\pm\sqrt{16} = x$

$\pm 4 = x$

La diagonal de un cuadrado de lado igual a $\sqrt{8}$ mide 4u

13) ¿Cuánto mide el lado de un cuadrado cuya diagonal mide $2\sqrt{2}$?

$2\sqrt{2}$ x x

$a^2 + b^2 = c^2$

$(x)^2 + (x)^2 = (2\sqrt{2})^2$

$x^2 + x^2 = 8$ 2°

$2x^2 = 8$

$x^2 = 4$

$\sqrt{x^2} = \pm\sqrt{4}$

$x = \pm 2$

El lado de un cuadrado cuya diagonal mide $2\sqrt{2}$ es 2u

14) ¿Cuánto mide la apotema de un hexágono de lado igual a 4?

a 4 4 x 2

$a^2 + b^2 = c^2$

$(x)^2 + (2)^2 = (4)^2$ 2°

$x^2 + 4 = 16$

$x^2 = 12$

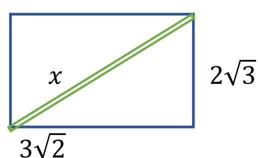
$x = \pm\sqrt{12}$

$x = \pm 2\sqrt{3}$

15) ¿Cuánto mide el lado de un cuadrado cuya diagonal mide $2\sqrt{2}$?

16) ¿Cuánto mide el lado de un cuadrado cuya diagonal mide $3\sqrt{2}$?

17) ¿Cuánto mide la diagonal de un rectángulo que mide $2\sqrt{3} \ * \ 3\sqrt{2}$?

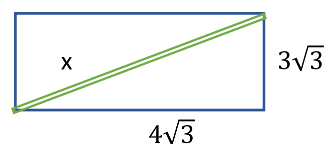


$$a^2 + b^2 = c^2$$
$$(2\sqrt{3})^2 + (3\sqrt{2})^2 = (x)^2$$
$$4 * 3 + 9 * 2 \ = \ x^2 \quad 2°$$
$$12 + 18 \ = \ x^2$$

$$30 \ = \ x^2$$
$$\pm\sqrt{30} = \sqrt{x^2}$$
$$\pm\sqrt{30} = x$$

La diagonal del rectangulo de $2\sqrt{3}$*$3\sqrt{2}$ mide $\sqrt{30}$

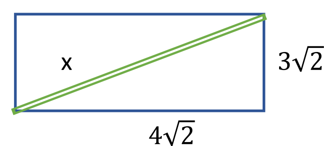
18) ¿Cuánto mide la diagonal de un rectángulo que mide $4\sqrt{3} \ * \ 3\sqrt{3}$?



$$a^2 + b^2 = c^2$$
$$(3\sqrt{3})^2 + (4\sqrt{3})^2 = (x)^2 \quad 2°$$
$$9 * 3 + 16 * 3 = x^2$$

$$27 + 48 = x^2$$
$$75 = x^2$$
$$\pm\sqrt{75} = x$$
$$\pm\sqrt{3 * 25} = x$$
$$\pm 5\sqrt{3} = x \text{ mide la diagonal}$$

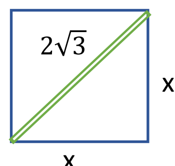
19) ¿Cuánto mide la diagonal de un rectángulo que mide $4\sqrt{2} \ * \ 3\sqrt{2}$?



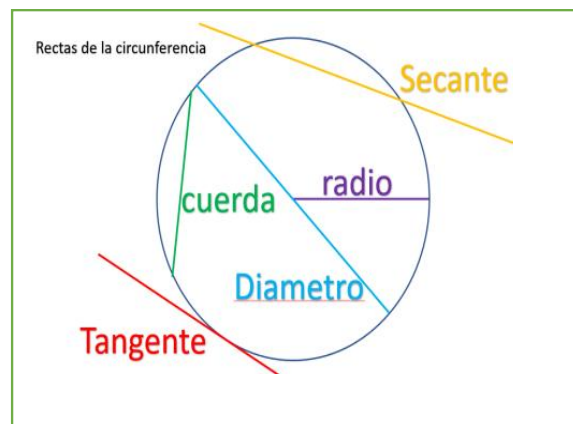
$$a^2 + b^2 = c^2$$
$$(3\sqrt{2})^2 + (4\sqrt{2})^2 = (x)^2 \quad 2°$$
$$9 * 2 + 16 * 2 = x^2$$

$$18 + 32 = x^2$$
$$50 = x^2$$
$$\pm\sqrt{50} = x$$
$$\pm\sqrt{2 * 25} = x$$
$$\pm 5\sqrt{2} = x \text{ mide la diagonal}$$

20) ¿Cuánto mide el lado de un cuadrado cuya diagonal mide $2\sqrt{3}$?



$$a^2 + b^2 = c^2$$
$$(x)^2 + (x)^2 = (2\sqrt{3})^2 \quad 2°$$
$$2x^2 = 12$$
$$x^2 = \frac{12}{2}$$
$$x = \pm\sqrt{6} \text{ mide cada lado}$$

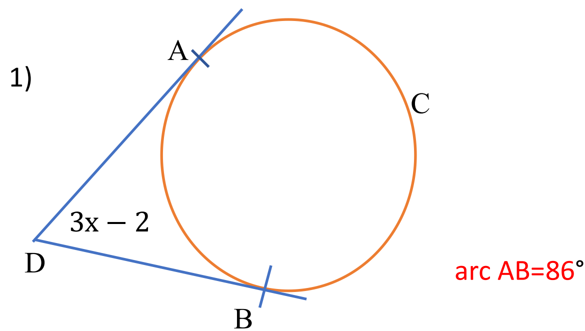


Ángulos en una circunferencia (formulas)

Angulo	Vértice	Lados	Grafica
Central	En el centro de la circunferencia	2 radios	$<\text{central} = \widehat{AB}$
Inscrito	En la circunferencia (perímetro)	2 cuerdas	$<\text{inscrito} = \frac{\widehat{BD}}{2}$
Semi inscrito	En la circunferencia (perímetro)	1 cuerda y 1 tangente	$<\text{semi inscrito} = \frac{\widehat{CBD}}{2}$
Interior	Vertice: Dentro de la circunferencia	2 cuerdas	$<\text{interior} = \frac{\widehat{PQ} + \widehat{AB}}{2}$
Exterior	Fuera de la circunferencia	2 secantes	$<\text{exterior} = \frac{\widehat{PQ} - \widehat{AB}}{2}$
		1 secante y 1 tangente	$<\text{exterior} = \frac{\widehat{AQ} - \widehat{AB}}{2}$
		2 tangentes	$<\text{exterior} = \frac{\widehat{ABQ} - \widehat{AB}}{2}$

Actividad 2.14 Ángulos en una circunferencia

Determinar el valor de las incógnitas x, y, z en las siguientes figuras



Para x $\quad 3x-2 \;=\; <_{exterior}$

$<_{exterior} \;=\; \frac{mayor - menor}{2}$

$3x-2 = \frac{\widehat{ACB}-\widehat{AB}}{2}$ $\quad$ *360-86=274*

$3x-2 = \frac{274-86}{2}$ $\quad$ *1°*

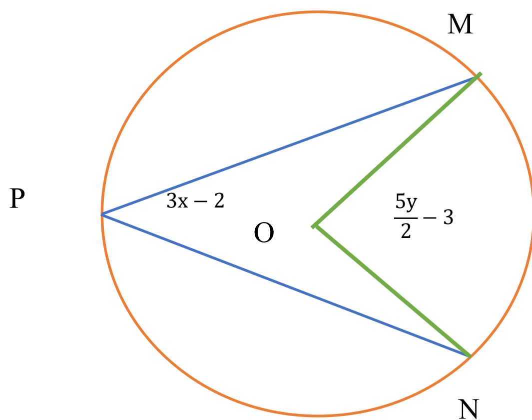
$3x-2 = \frac{188}{2}$

$3x-2 = 94$

$3x = 94+2$

$x = \frac{96}{3}$

$x = 32$



2) arc MN =92°

Para x

$3x-2 \;=\; <_{inscrito}$

$<_{inscrito} \;=\; \frac{\widehat{arco}}{2}$

$3x-2 = \frac{\widehat{MN}}{2}$

$3x-2 = \frac{92}{2}$ $\quad$ *1°*

$3x-2 = 46$

$3x = 46+2$

$x = \frac{48}{3}$

$x = 16$

Para y

$\frac{5y}{2}-3 \;=\; <_{central}$

$<_{central} = \widehat{arco}$

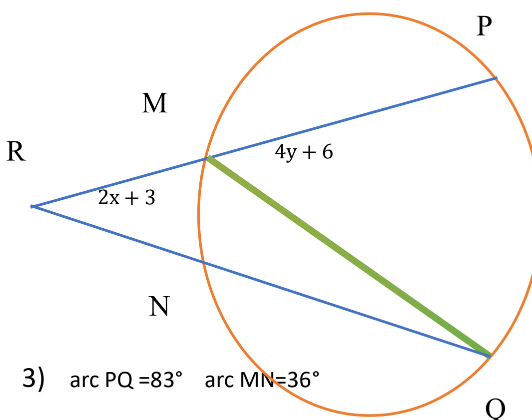
$\frac{5y}{2}-3 \;=\; \widehat{MN}$

$\frac{5y}{2}-3 \;=\; 92$ $\quad$ *1°*

$\frac{5y}{2} \;=\; 92+3$

$y \;=\; 95\left(\frac{2}{5}\right)$

$y \;=\; 38$



Para x $\quad 2x+3 \;=$

$<_{exterior}$

$<_{exterior} \;=\; \frac{mayor - menor}{2}$

$2x+3 = \frac{\widehat{PQ}-\widehat{MN}}{2}$

$2x+3 = \frac{83-36}{2}$ $\quad$ *1°*

$2x+3 = \frac{47}{2}$

$2x = \frac{47}{2}-3$ $\quad$ $\frac{47}{2}-\frac{6}{2}=\frac{41}{2}$

$x = \frac{41}{2(2)}$

$x = \frac{41}{4} \approx 10.25$

Para y

$4y+6 \;=\; <_{inscrito}$

$<_{inscrito} \;=\; \frac{\widehat{arco}}{2}$

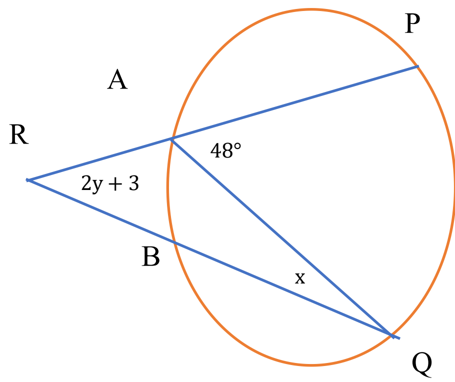
$4y+6 = \frac{\widehat{PQ}}{2}$

$4y+6 = \frac{83}{2}$ $\quad$ *1°*

$4y = \frac{83}{2}-6$ $\quad$ $\frac{83}{2}-\frac{12}{2}=\frac{71}{2}$

$4y = \frac{71}{2}$

$y = \frac{71}{8}$



4) arc AB =32°

Para x

$x = \angle_{inscrito}$

$\angle_{inscrito} = \frac{\widehat{arco}}{2}$

$x = \frac{\widehat{AB}}{2}$

$x = \frac{32}{2}$ 1°

$x = 16$

Para $\widehat{PQ}$

$48° = \angle_{inscrito}$

$48 = \frac{\widehat{arco}}{2}$

$48 = \frac{\widehat{PQ}}{2}$ 1°

$2(48) = \widehat{PQ}$

$96 = \widehat{PQ}$

Para y $2y + 3 = \angle_{exterior}$

$\angle_{exterior} = \frac{\widehat{mayor} - \widehat{menor}}{2}$

$2y + 3 = \frac{\widehat{PQ} - \widehat{MN}}{2}$

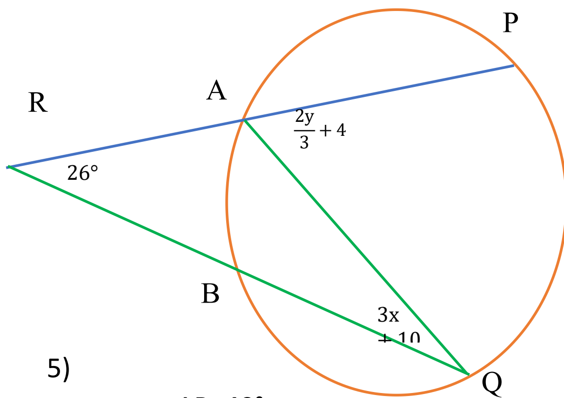
$2y + 3 = \frac{96-32}{2}$ 1°

$2y + 3 = \frac{64}{2}$

$2x = 32 - 3$

$x = \frac{29}{2}$

$x = \frac{29}{2} \approx 14.5$



5)

arc AB=40°

Para x

$3x = \angle_{inscrito}$

$\angle_{inscrito} = \frac{\widehat{arco}}{2}$

$3x = \frac{\widehat{AB}}{2}$

$3x = \frac{40}{2}$ 1°

$3x = 20$

$x = \frac{20}{3}$

$x \approx 6.7$

Para y

$\frac{2y}{3} + 4 = \angle_{inscrito}$

$\angle_{inscrito} = \frac{\widehat{arco}}{2}$

$\frac{2y}{3} + 4 = \frac{\widehat{PQ}}{2}$

No conozco el arco PQ, no lo puedo reolver ... Pero...

$26 = \frac{\widehat{mayor} - \widehat{menor}}{2}$

$26 = \frac{\widehat{PQ} - 40}{2}$ 1°

$26(2) = \widehat{PQ} - 40$

$52 + 40 = \widehat{PQ}$

$92 = \widehat{PQ}$

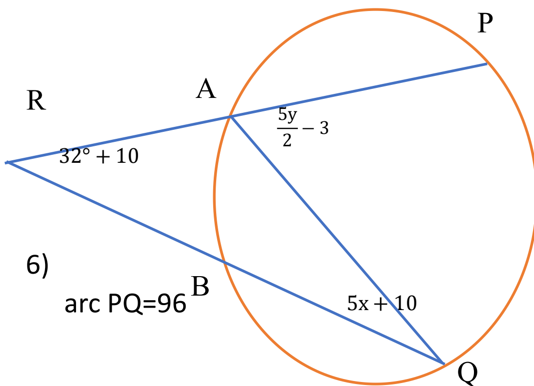
Sutituyo PQ en el angulo inscrito

$\frac{2y}{3} + 4 = \frac{92}{2}$ 1°

$\frac{2y}{3} = 46 - 4$

$y = 42\left(\frac{2}{3}\right)$

$y = 28$



6)

arc PQ=96

Para x

$5x = \angle_{inscrito}$

$\angle_{inscrito} = \frac{\widehat{arco}}{2}$

$5x = \frac{\widehat{AB}}{2}$ *no conozco el arco AB, no lo puedo reolver... Pero...*

$32 = \frac{\widehat{mayor} - \widehat{menor}}{2}$

$32 = \frac{\widehat{PQ} - \widehat{AB}}{2}$ 1°

$64 = 96 - \widehat{AB}$

$64 - 96 = -\widehat{AB}$

$-32 = -\widehat{AB}$

$32 = \widehat{AB}$

Sutituyo AB en el angulo inscrito

$5x = \frac{32}{2}$ 1°

$5x = 16$

$x = \frac{16}{5}$

$x \approx 3.2$

Para y

$\frac{5y}{2} - 3 = \angle_{inscrito}$

$\angle_{inscrito} = \frac{\widehat{arco}}{2}$

$\frac{5y}{2} - 3 = \frac{\widehat{PQ}}{2}$

$\frac{5y}{2} - 3 = \frac{96}{2}$

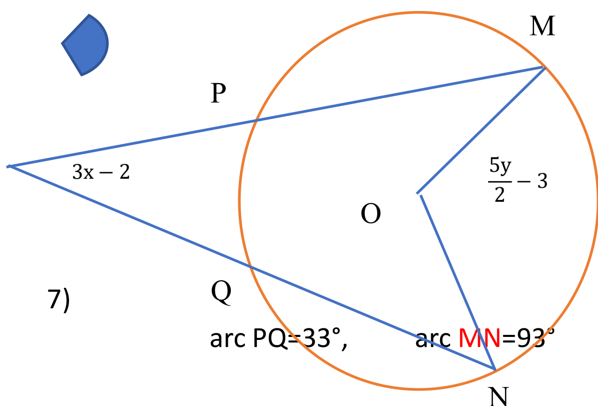
$\frac{5y}{2} - 3 = 48$

$\frac{5y}{2} = 48 + 3$

$\frac{5y}{2} = 51$

$y = \frac{102}{5}$

7)



arc PQ=33°, arc MN=93°

Para x $3x-2 \;=\; <_{exterior}$

$<_{exterior} \;=\; \frac{\widehat{mayor}-\widehat{menor}}{2}$

$3x-2=\frac{\widehat{MN}-\widehat{PQ}}{2}$

$3x-2=\frac{93-33}{2}$ $1°$

$3x-2=\frac{60}{2}$

$3x=30+2$

$x=\frac{32}{3}$

Para y

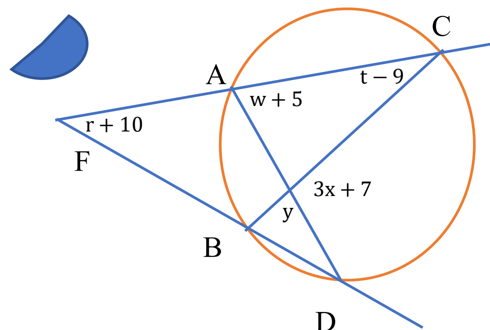
$\frac{5y}{2}-3 \;=\; <_{central}$

$<_{central} \;=\; \widehat{arco}$

$\frac{5y}{2}-3 \;=\; \widehat{MN}$

$\frac{5y}{2}-3 \;=93$ $1°$

$\frac{5y}{2} \;=93+3$



8)

arc AB= 42°, arc CD=100°

Para r $r+10 \;=\; <_{exterior}$

$<_{exterior} \;=\; \frac{\widehat{mayor}-\widehat{menor}}{2}$

$r+10=\frac{\widehat{CD}-\widehat{AB}}{2}$

$r+10=\frac{100-42}{2}$ $1°$

$r+10=\frac{58}{2}$

$r=29-10$

$r=19$

Para w

$w+5 \;=\; <_{inscrito}$

$<_{inscrito} \;=\; \frac{\widehat{arco}}{2}$

$w+5=\frac{\widehat{CD}}{2}$

$w+5=\frac{100}{2}$ $1°$

$w+5=50$

$w=45$

Para x

$3x+7 \;=\; <_{interior}$

$<_{interior} \;=\; \frac{\widehat{mayor}+\widehat{menor}}{2}$

$3x+7=\frac{\widehat{CD}+\widehat{AB}}{2}$

$3x+7=\frac{100+42}{2}$

$1°$

$3x+7=\frac{142}{2}$

$3x=71-7$

$x=\frac{64}{3}$

Para t

$t-9 \;=\; <_{inscrito}$

$inscrito \;=\; \frac{\widehat{arco}}{2}$

$t-9=\frac{\widehat{AB}}{2}$

$t-9=\frac{42}{2}$ $1°$

$t=21+9$

$t=30$

Para y $y \;=\; <_{interior}$

$<_{interior} \;=\; \frac{\widehat{mayor}+\widehat{menor}}{2}$

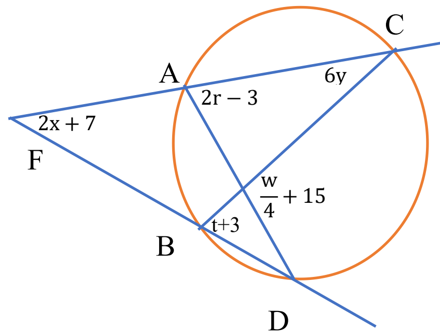
$y=\frac{\widehat{AC}+\widehat{BD}}{2}$ *No se puede resolver porque no conozco los arcos AC ni BD... pero $3x+7+y=180$*

$3\left(\frac{64}{3}\right)+7+y=180$ $1°$

$64+7+y=180$

$y=180-71$

$y=109$



9)

arc AB=36°, arc CD=110°

Para x $2x+7\ = <_{exterior}$

$<_{exterior} = \frac{\widehat{mayor}-\widehat{menor}}{2}$

$2x+7 = \frac{\widehat{CD}-\widehat{AB}}{2}$

$2x+7 = \frac{110-36}{2}$ $\quad 1°$

$2x+7 = \frac{74}{2}$

$2x = 37-7$

$x = \frac{30}{2} = 15$

Para y

$6y\ = <_{inscrito}$

$<_{inscrito} = \frac{\widehat{arco}}{2}$

$6y = \frac{\widehat{AB}}{2}$

$6y = \frac{36}{2}$ $\quad 1°$

$6y = 18$

$y = 3$

Para r

$2r-3\ = <_{inscrito}$

$inscrito\ = \frac{\widehat{arco}}{2}$

$2r-3 = \frac{\widehat{CD}}{2}$

$2r-3 = \frac{110}{2}$ $\quad 1°$

$2r = 55+3$

$t = \frac{58}{2} = 29$

Para t

$t+3\ = <_{inscrito}$

$inscrito\ = \frac{\widehat{arco}}{2}$

$t+3 = \frac{\widehat{CD}}{2}$

$t+3 = \frac{110}{2}$ $\quad 1°$

$t = 55-3$

$t = 52$

Para w $\frac{w}{4}+15 = <_{interior}$

$<_{interior} = \frac{\widehat{mayor}+\widehat{menor}}{2}$

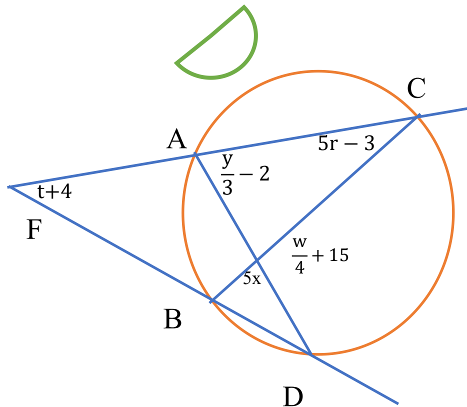
$\frac{w}{4}+15 = \frac{\widehat{CD}+\widehat{AB}}{2}$

$\frac{w}{4}+15 = \frac{110+36}{2}$ $\quad 1°$

$\frac{w}{4}+15 = \frac{146}{2}$

$\frac{w}{4} = 73-15$

$w = 58(4) = 232$



10)

arc AB=39°, arc CD=106°

Para t $t+4\ = <_{exterior}$

$<_{exterior} = \frac{\widehat{mayor}-\widehat{menor}}{2}$

$t+4 = \frac{\widehat{CD}-\widehat{AB}}{2}$

$t+4 = \frac{106-39}{2}$ $\quad 1°$

$t+4 = \frac{67}{2}$

$t = \frac{67}{2} - 4$ $\quad \frac{67}{2} - \frac{8}{2}$

$t = \frac{59}{2} \approx 29.5$

Para y

$\frac{y}{3} - 2\ = <_{inscrito}$

$<_{inscrito} = \frac{\widehat{arco}}{2}$

$\frac{y}{3} - 2 = \frac{\widehat{CD}}{2}$

$\frac{y}{3} - 2 = \frac{106}{2}$ $\quad 1°$

$\frac{y}{3} = 53+2 = 55$

$y = 165$

Para r

$5r-3\ = <_{inscrito}$

$inscrito\ = \frac{\widehat{arco}}{2}$

$5r-3 = \frac{\widehat{AB}}{2}$

$5r-3 = \frac{39}{2}$ $\quad 1°$

$5r = \frac{39}{2}+3$ $\quad \frac{39}{2}+\frac{6}{2}=\frac{45}{2}$

$r = \frac{45}{10} = \frac{9}{2} \approx 4.5$

Para w $\frac{w}{4}+15 = <_{interior}$

$<_{interior} = \frac{\widehat{mayor}+\widehat{menor}}{2}$

$\frac{w}{4}+15 = \frac{\widehat{CD}+\widehat{AB}}{2}$

$\frac{w}{4}+15 = \frac{106+39}{2}$ $\quad 1°$

$\frac{w}{4}+15 = \frac{145}{2}$

$\frac{w}{4} = \frac{145}{2} - 15$ $\quad \frac{145}{2} - \frac{30}{2} = \frac{115}{2}$

$w = \frac{115}{2}(4)$

$w = 230$

Para x $5x\ = <_{interior}$

$<_{interior} = \frac{\widehat{mayor}+\widehat{menor}}{2}$

$5x = \frac{\widehat{AC}+\widehat{BD}}{2}$

No se puede resolver porque no conozco los arcos AC ni BD, pero $5x+\frac{w}{4}+15=180$

$5x+\frac{(230)}{4}+15=180$ $\quad 1°$

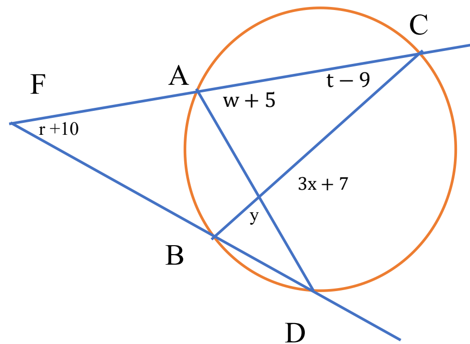
$5x+\frac{290}{4}=180$

$5x+\frac{145}{2}=180$

$5x= 180-\frac{145}{2}$

$5x= \frac{215}{2}$

$x= \frac{215}{2(5)} = \frac{43}{2}$



11)
arc AB=38°, arc CD=110°

Para r $r+10 = <_{exterior}$

$<_{exterior} = \frac{\widehat{mayor}-\widehat{menor}}{2}$

$r+10 = \frac{\widehat{CD}-\widehat{AB}}{2}$

$r+10 = \frac{110-38}{2}$ *1°*

$r+10 = \frac{72}{2}$

$r = 36-10$

$r = 26$

Para w

$w+5 = <_{inscrito}$

$<_{inscrito} = \frac{\widehat{arco}}{2}$

$w+5 = \frac{\widehat{CD}}{2}$

$w+5 = \frac{110}{2}$ *1°*

$w+5 = 55$

$w = 50$

Para x

$3x+7 = <_{interior}$

$<_{interior} = \frac{\widehat{mayor}+\widehat{menor}}{2}$

$3x+7 = \frac{\widehat{CD}+\widehat{AB}}{2}$

$3x+7 = \frac{110+38}{2}$ *1°*

$3x+7 = \frac{148}{2}$

$3x = 74-7$

$x = \frac{67}{3}$

$x \approx 22.3$

Para t

$t-9 = <_{inscrito}$

$inscrito = \frac{\widehat{arco}}{2}$

$t-9 = \frac{\widehat{AB}}{2}$

$t-9 = \frac{38}{2}$ 1°

$t = 19+9$

$t = 28$

Para y $y = <_{interior}$

$<_{interior} = \frac{\widehat{mayor}+\widehat{menor}}{2}$

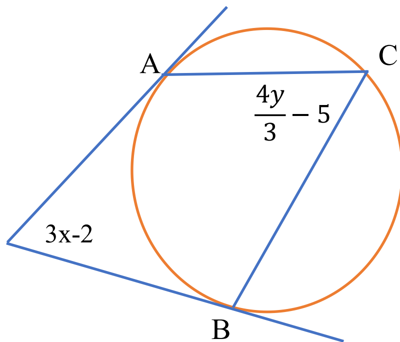
$y = \frac{\widehat{AC}+\widehat{BD}}{2}$ *No se puede resolver porque no conozco los arcos AC ni BD, pero 3x+7+y=180*

$3\left(\frac{67}{3}\right)+7+y = 180$ *1°*

$67+7+y = 180$

$y = 180-74$

$y = 106$



12) arc AB=93°

Para x $3x-2 = <_{exterior}$

$<_{exterior} = \frac{\widehat{mayor}-\widehat{menor}}{2}$

$3x-2 = \frac{\widehat{ACB}-\widehat{AB}}{2}$ $\widehat{ACB}+\widehat{AB}=360$

$\widehat{ACB}+93=360$

$3x-2 = \frac{267-93}{2}$ *1°*

$3x-2 = \frac{174}{2}$

$3x = 87+2$

$x = \frac{89}{3} \approx 29.7$

Para y

$\frac{4y}{3}-5 = <_{inscrito}$

$inscrito = \frac{\widehat{arco}}{2}$

$\frac{4y}{3}-5 = \frac{\widehat{AB}}{2}$

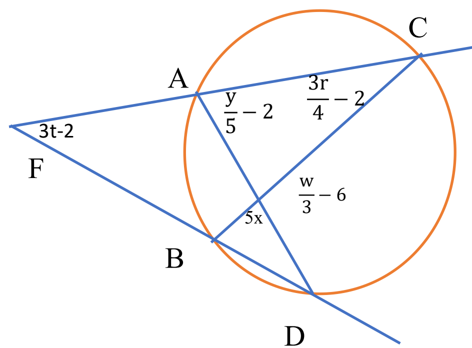
$\frac{4y}{3}-5 = \frac{93}{2}$ 1°

$\frac{4y}{3} = \frac{93}{2}+5$ $\frac{93}{2}+\frac{10}{2}=\frac{103}{2}$

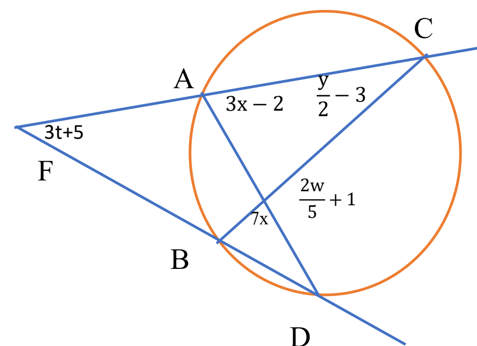
$\frac{4y}{3} = \frac{103}{2}$

$y = \frac{103}{2}\left(\frac{3}{4}\right)$

$y = \frac{309}{8}$



13) arc AB=43° arc CD=121

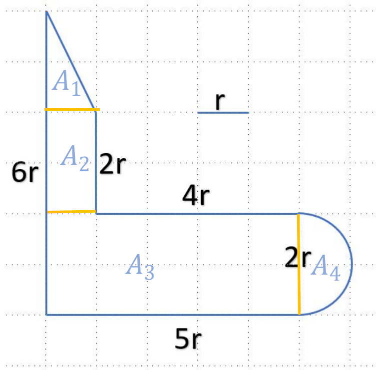


14) arc AB=43° arc CD=121

$3x - 2 = 60$ $\quad \frac{y}{4} + 5 = 25$

Actividad 2.15 Áreas y perímetros

En hojas anexas determinar el área y el perímetro de la figura de cada inciso



1)

a)Si $r = r$

Para el área

$A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$

$= \frac{\text{b h}}{2} + \text{b h} + \text{b h} + \frac{1}{2}\pi r^2$

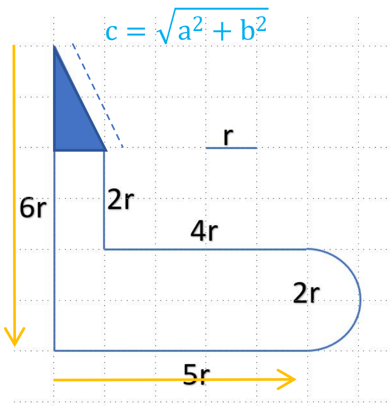
$= \frac{\text{r (2r)}}{2} + \text{r(2r)} + \text{5r(2r)} + \frac{\pi r^2}{2}$

$= \text{r}^2 + 2\text{r}^2 + 10\text{r}^2 + \frac{\pi r^2}{2}$

$= 13\text{r}^2 + \frac{\pi r^2}{2}$

$\text{A} = \left(13 + \frac{\pi}{2}\right) r^2 \quad u^2$

a) Si $r = r$
b) Si $r = 2$
c) Si $r = 2\pi$
d) Si $r = \frac{1}{2}$



a)Si $r = r$

Para el perimetro

$P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6$

$= 6r + 5r + \frac{1}{2}\pi D + 4r + 2r + \sqrt{(2r)^2 + (r)^2}$

$= 17\text{r} + \frac{\pi(2r)}{2} + \sqrt{4r^2 + r^2}$

$= 17\text{r} + \pi r + \sqrt{5r^2}$

$= 17\text{r} + \pi r + \sqrt{5}\, r$

$\text{P} = (17 + \pi + \sqrt{5})r \quad u$

1)

b)Si $r = 2$

Para el área

$\text{A} = \left(13 + \frac{\pi}{2}\right) r^2 \quad u^2$ si r=2,

entonces

$\text{A} = \left(13 + \frac{\pi}{2}\right) (2)^2 \quad u^2$

$\text{A} = \left(13 + \frac{\pi}{2}\right) 4 \quad u^2$

$\text{P} = (17 + \pi + \sqrt{5})r \quad u$ si r=2, entonces

$\text{P} = (17 + \pi + \sqrt{5})2 \quad u$

c)Si $r = 2\pi$

Para el área

$\text{A} = \left(13 + \frac{\pi}{2}\right) r^2 \quad u^2$ si $r = 2\pi$,

entonces

$\text{A} = \left(13 + \frac{\pi}{2}\right) (2\pi)^2 \quad u^2$

$\text{A} = \left(13 + \frac{\pi}{2}\right) 4\pi^2 \quad u^2$

$\text{P} = (17 + \pi + \sqrt{5})r \quad u$ si $r = 2\pi$, entonces

$\text{P} = (17 + \pi + \sqrt{5})2\pi \quad u$

d)Si $r = \frac{1}{2}$

Para el área

$\text{A} = \left(13 + \frac{\pi}{2}\right) r^2 \quad u^2$ si $r = \frac{1}{2}$,

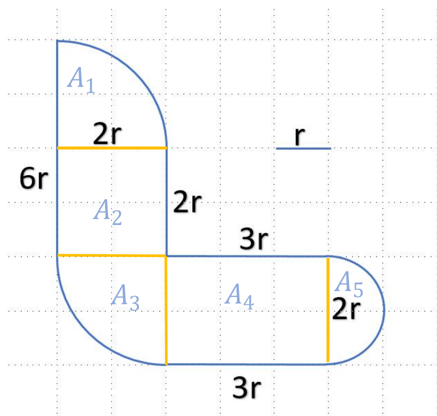
entonces

$\text{A} = \left(13 + \frac{\pi}{2}\right) (\frac{1}{2})^2 \quad u^2$

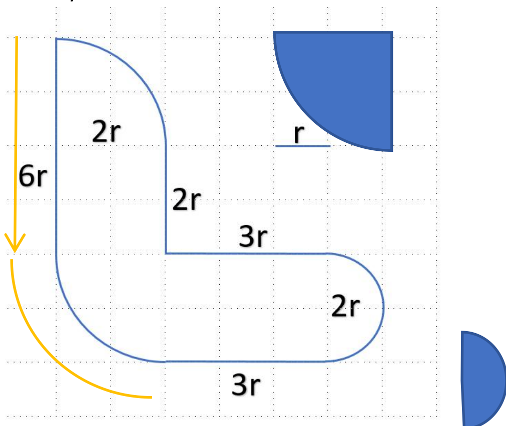
$\text{A} = \left(13 + \frac{\pi}{2}\right) \frac{1}{4} \quad u^2$

$\text{P} = (17 + \pi + \sqrt{5})r \quad u$ si $r = \frac{1}{2}$, entonces

$\text{P} = (17 + \pi + \sqrt{5})\frac{1}{2} \quad u$



2)



e) Si $r = 2r$

Para el área

$A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5$

$= \frac{1}{4}\pi r^2 + l^2 + \frac{1}{4}\pi r^2 + b\,h + \frac{1}{2}\pi r^2$

$= \frac{\pi(2r)^2}{4} + (2r)^2 + \frac{\pi(2r)^2}{4} + (3r)(2r) + \frac{\pi r^2}{2}$

$= \frac{\pi 4r^2}{4} + 4r^2 + \frac{\pi 4r^2}{4} + 6r^2 + \frac{\pi r^2}{2}$

$= \pi r^2 + 10r^2 + \pi r^2 + \frac{\pi r^2}{2}$

$= \frac{5\pi r^2}{2} + 10r^2$

$A = \left(\frac{\pi}{2} + 2\right) 5r^2 \ u^2$ como r=2r entonces

$A = \left(\frac{\pi}{2} + 2\right) 5(2r)^2 \ u^2$

$A = \left(\frac{\pi}{2} + 2\right) 20r^2 \ u^2$

e) Si $r = 2r$

f) Si $r = 1$

g) Si $r = 3\pi$

h) Si $r = \frac{3}{2}$

e) Si $r = 2r$

Para el perimetro

$P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 + P_7$

$= 4r + \frac{\pi D}{4} + 3r + \frac{\pi D}{2} + 3r + 2r + \frac{\pi D}{4}$

$= 4r + \frac{2\pi(2r)}{4} + 3r + \frac{2\pi(r)}{2} + 3r + 2r + \frac{2\pi(2r)}{4}$

$= 12r + \frac{4\pi r}{4} + \frac{2\pi r}{2} + \frac{4\pi r}{4}$

$= 12r + 3\pi r$

$P = (4 + \pi)3r \ u$ *pero* $r = 2r$

$P = (4 + \pi)3(2r) \ u$

$P = (4 + \pi)6r \ u$

2)

f) Si $r = 1$

Para el área

$A = \left(\frac{\pi}{2} + 2\right) 5r^2 \ u^2$

si r=1 entonces

$A = \left(\frac{\pi}{2} + 2\right) 5(1)^2 \ u^2$

$A = \left(\frac{\pi}{2} + 2\right) 5 \, u^2$

Para el perimetro

$P = (4 + \pi)3r \ u$

si r =1 entonces

$P = (4 + \pi)3(1) \ u$

$P = (4 + \pi)3 \ u$

g) Si $r = 3\pi$

Para el área

$A = \left(\frac{\pi}{2} + 2\right) 5r^2 \ u^2$

si r=3π entonces

$A = \left(\frac{\pi}{2} + 2\right) 5(3\pi)^2 \ u^2$

$A = (\frac{\pi}{2} + 2)45\pi^2 \ u^2$

Para el perimetro

$P = (4 + \pi)3r \ u$

si r =3π entonces

$P = (4 + \pi)3(3\pi) \ u$

$P = (4 + \pi)9\pi \ u$

h) Si $r = \frac{3}{2}$

Para el área

$A = \left(\frac{\pi}{2} + 2\right) 5r^2 \ u^2$

si r=$\frac{3}{2}$ entonces

$A = \left(\frac{\pi}{2} + 2\right) 5(\frac{3}{2})^2 \ u^2$

$A = (\frac{\pi}{2} + 2)\frac{45}{4} \ u^2$

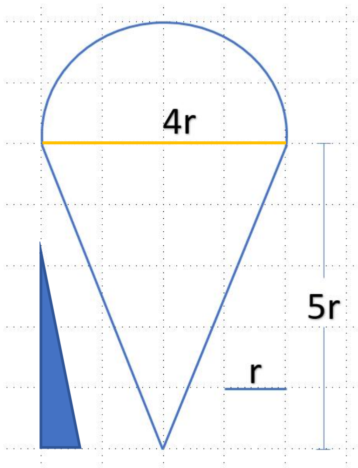
Para el perimetro

$P = (4 + \pi)3r \ u$

si r =$\frac{3}{2}$ entonces

$P = (4 + \pi)3(\frac{3}{2}) \ u$

$P = (4 + \pi)\frac{9}{2} \ u$

3) 

i) Si $r = 1$
j) Si $r = 4$
k) Si $r = 4\pi$
l) Si $r = \frac{2}{3}$

i)Si $r = 1$

Para el área

$A = A_{\cap} + A_{\nabla}$

$= \frac{1}{2}\pi r^2 + \frac{b\,h}{2}$

$= \frac{\pi(2r)^2}{2} + \frac{(4r)(5r)}{2}$

$= \frac{\pi 4r^2}{2} + \frac{20r^2}{2}$

$= 2\pi r^2 + 10r^2$

$A = 2r^2(\pi + 5) \quad u^2$

Si $r = 1$ entonces:

$A = 2(1)^2(\pi + 5) \quad u^2$

$A = 2(\pi + 5) \quad u^2$

i)Si $r = 1$

Para el perimetro

$P = P_1 + P_2 + P_3$

$= \frac{\pi D}{2} + \sqrt{(5r)^2 + (2r)^2} + \sqrt{(5r)^2 + (2r)^2}$

$= \frac{4\pi r}{2} + \sqrt{25r^2 + 4r^2} + \sqrt{25r^2 + 4r^2}$

$= 2\pi r + 2\sqrt{29r^2}$

$= 2\pi r + 2\sqrt{29}\ r$

$P = 2\,r\left(\pi + \sqrt{29}\right)$

$Si\ r = 1\ entonces$

$P = 2\,(1)\left(\pi + \sqrt{29}\right)$

$P = 2\,r\left(\pi + \sqrt{29}\right)\,u$

K)Si $r = 4\pi$

Para el área

$A = 2r^2(\pi + 5) \quad u^2$

si $r = 4\pi$ entonces

$A = 2(4\pi)^2(\pi + 5)\ u^2$

$A = 32\pi^2(\pi + 5)\,u^2$

Para el perimetro

$P = 2\,r\left(\pi + \sqrt{29}\right)$

si r $=4\pi$ entonces

$P = 2\,(4\pi)\left(\pi + \sqrt{29}\right) \quad u$

$P = 8\pi\left(\pi + \sqrt{29}\right)\,u$

j)Si $r = 4$

Para el área

$A = 2r^2(\pi + 5) \quad u^2$

si $r = 4$ entonces

$A = 2(4)^2(\pi + 5)\ u^2$

$A = 32(\pi + 5)\,u^2$

Para el perimetro

$P = 2\,r\left(\pi + \sqrt{29}\right)$

si r =4 entonces

$P = 2\,(4)\left(\pi + \sqrt{29}\right) \quad u$

$P = 8\left(\pi + \sqrt{29}\right)\,u$

l)Si $r = \frac{2}{3}$

Para el área

$A = 2r^2(\pi + 5) \quad u^2$

si $r = \frac{2}{3}$ entonces

$A = 2\left(\frac{2}{3}\right)^2(\pi + 5)\ u^2$

$A = \frac{8}{9}(\pi + 5)\,u^2$

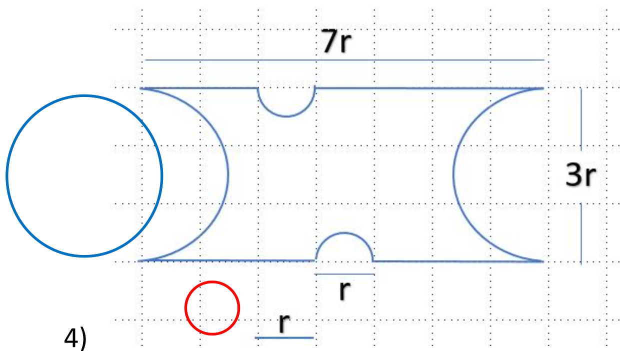
Para el perimetro

$P = 2\,r\left(\pi + \sqrt{29}\right)$

si r $=\frac{2}{3}$ entonces

$P = 2\,\left(\frac{2}{3}\right)\left(\pi + \sqrt{29}\right) \quad u$

$P = \frac{4}{3}\left(\pi + \sqrt{29}\right)\,u$



4)

m) Si $r = 1$

n) Si $r = \pi$

o) Si $r = 5\pi$

p) Si $r = \frac{4}{3}$

m)Si $r = 1$

Para el perimetro

$P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 + P_7 + P_8$

$P = \frac{P_O}{2} + 3r + \frac{P_\circ}{2} + 3r + \frac{P_O}{2} + 4r + \frac{P_\circ}{2} + 2r$

$P = P_O + P_\circ + 12r$

$= \pi D + \pi D + 12r$

$= \pi 3r + \pi r + 12r$

$= 4\pi r + 12r$

$P = 4r(\pi + 3)$ *pero* $r = 1$

$P = 4(1)(\pi + 3)\ \ u$

$P = 4(\pi + 3)\ \ u$

m)Si $r = 1$

Para el área

$A = A_\blacksquare - \frac{A_O}{2} - \frac{A_\circ}{2} - \frac{A_O}{2} - \frac{A_\circ}{2}$

$A = A_\blacksquare - A_O - A_\circ$

$= b\,h - \pi r^2 - \pi r^2$

$= (7r)(3r) - \pi\left(\frac{3r}{2}\right)^2 - \pi\left(\frac{r}{2}\right)^2$

$= 21r^2 - \pi\left(\frac{9r^2}{4}\right) - \pi\left(\frac{r^2}{4}\right)$

$= 21r^2 - \frac{9\pi r^2}{4} - \frac{\pi r^2}{4}$

$= 21r^2 - \frac{10\pi r^2}{4}$

$= 21r^2 - \frac{5\pi r^2}{2}$

$A = r^2\left(21 - \frac{5\pi}{2}\right)$

como $r = 1$ entonces

$A = (1)^2\left(21 - \frac{5\pi}{2}\right)\ \ u^2$

$A = \left(21 - \frac{5\pi}{2}\right)\ \ u^2$

n)Si $r = \pi$

Para el área

$A = r^2\left(21 - \frac{5\pi}{2}\right)$

si $r = \pi$ entonces

$A = (\pi)^2\left(21 - \frac{5\pi}{2}\right)\ \ u^2$

$A = \pi^2\left(21 - \frac{5\pi}{2}\right)\ \ u^2$

Para el perimetro

$P = 4r(\pi + 3)\ \ u$

si $r = \pi$ entonces

$P = 4\pi(\pi + 3)\ \ u$

o)Si $r = 5\pi$

Para el área

$A = r^2\left(21 - \frac{5\pi}{2}\right)$

si $r = 5\pi$ entonces

$A = (5\pi)^2\left(21 - \frac{5\pi}{2}\right)\ \ u^2$

$A = 25\pi^2\left(21 - \frac{5\pi}{2}\right)\ \ u^2$

Para el perimetro

$P = 4r(\pi + 3)\ \ u$

si $r = 5\pi$ entonces

$P = 4(5\pi)(\pi + 3)$

$P = 20\pi(\pi + 3)\ \ u$

p)Si $r = \frac{4}{3}$

Para el área

$A = r^2\left(21 - \frac{5\pi}{2}\right)$

si $r = \frac{4}{3}$ entonces

$A = \left(\frac{4}{3}\right)^2\left(21 - \frac{5\pi}{2}\right)\ \ u^2$

$A = \frac{16}{9}\left(21 - \frac{5\pi}{2}\right)\ \ u^2$

Para el perimetro

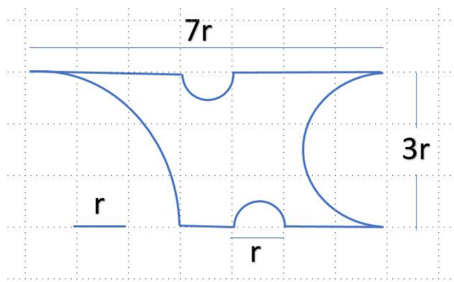
$P = 4r(\pi + 3)\ \ u$

si $r = \frac{4}{3}$ entonces

$P = 4\left(\frac{4}{3}\right)(\pi + 3)$

$P = \frac{16\pi}{3}(\pi + 3)\ \ u$

5)



q) Si $r = 1$
r) Si $r = 2\pi$
s) Si $r = 5\pi$
t) Si $r = \frac{1}{3}$

q)Si $r = 1$

Para el perimetro

$P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 + P_7 + P_8$

$P = \frac{P_O}{4} + r + \frac{P_\circ}{2} + 2r + \frac{P_o}{2} + 3r + \frac{P_\circ}{2} + 3r$

$P = \frac{\pi D}{4} + r + \frac{\pi D}{2} + 2r + \frac{\pi D}{2} + 3r + \frac{\pi D}{2} + 3r$

$= \frac{\pi(6r)}{4} + 9r + \frac{\pi(r)}{2} + \frac{\pi(3r)}{2} + \frac{\pi(r)}{2}$

$= \frac{6\pi r + 36r + 2\pi r + 6\pi r + 2\pi r}{4}$

$= \frac{16\pi r + 36r}{4}$

$P = 4\pi r + 9r$

$P = r(4\pi + 9)$ *pero* $r = 1$

$P = (1)(4\pi + 9)\ u$

$P = (4\pi + 9)\ u$

q)Si $r = 1$

Para el área

$A = A_{\blacksquare} - \frac{A_O}{4} - \frac{A_\circ}{2} - \frac{A_o}{2} - \frac{A_\circ}{2}$

$A = A_{\blacksquare} - \frac{A_O}{4} - A_\circ - \frac{A_o}{2}$

$A = b\,h - \frac{\pi r^2}{4} - \pi r^2 - \frac{\pi r^2}{2}$

$= (7r)(3r) - \frac{\pi(3r)^2}{4} - \pi\left(\frac{r}{2}\right)^2 - \frac{\pi\left(\frac{3r}{2}\right)^2}{2}$

$= 21r^2 - \frac{\pi(9r^2)}{4} - \pi\left(\frac{r^2}{4}\right) - \frac{\pi\left(\frac{9r^2}{4}\right)}{2}$

$= 21r^2 - \frac{9\pi r^2}{4} - \frac{\pi r^2}{4} - \frac{\frac{9\pi r^2}{4}}{2}$

$= 21r^2 - \frac{10\pi r^2}{4} - \frac{9\pi r^2}{8}$

$= 21r^2 - \frac{29\pi r^2}{8}$

$A = r^2\left(21 - \frac{29\pi}{8}\right)$ como $r=1$ entonces

$A = (1)^2\left(21 - \frac{29\pi}{8}\right)\ u^2$

$A = \left(21 - \frac{29\pi}{8}\right)\ u^2$

r)Si $r = 2\pi$

Para el área

$A = r^2\left(21 - \frac{29\pi}{8}\right)$

si $r = 2\pi$ entonces

$A = (2\pi)^2\left(21 - \frac{29\pi}{8}\right)\ u^2$

$A = 4\pi^2\left(21 - \frac{29\pi}{8}\right)\ u^2$

Para el perimetro

$P = r(4\pi + 9)\ u$

si $r = 2\pi$ entonces

$P = 2\pi(4\pi + 9)\ u$

s)Si $r = 5\pi$

Para el área

$A = r^2\left(21 - \frac{29\pi}{8}\right)$

si $r = 5\pi$ entonces

$A = (5\pi)^2\left(21 - \frac{29\pi}{8}\right)\ u^2$

$A = 25\pi^2\left(21 - \frac{29\pi}{8}\right)\ u^2$

Para el perimetro

$P = r(4\pi + 9)\ u$

si $r = 5\pi$ entonces

$P = 5\pi(4\pi + 9)\ u$

t)Si $r = \frac{1}{3}$

Para el área

$A = r^2\left(21 - \frac{29\pi}{8}\right)$

si $r = \frac{1}{3}$ entonces

$A = \left(\frac{1}{3}\right)^2\left(21 - \frac{29\pi}{8}\right)\ u^2$

$A = \frac{1}{9}\left(21 - \frac{29\pi}{8}\right)\ u^2$

Para el perimetro

$P = r(4\pi + 9)\ u$

si $r = \frac{1}{3}$ entonces

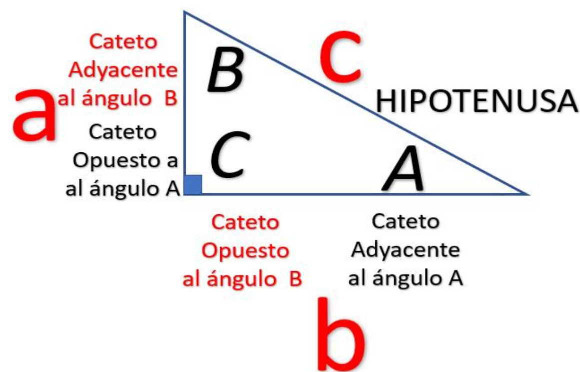
$P = \frac{1}{3}(4\pi + 9)\ u$

Razones trigonométricas

Las razones trigonométricas son las relaciones que hay entre los ángulos y lados de un triángulo rectángulo
Recordemos que una razón es la comparación de dos cantidades, en este caso son la comparación de los lados de un triángulo rectángulo, son seis razones trigonométricas:

Los catetos son los lados que forman el angulo de 90° SENO, COSENO, TANGENTE, COCA COCA HIP HIP

seno	$sen\ A = \frac{CO}{H} = \frac{a}{c}$	$sen\ B = \frac{CO}{H} = \frac{b}{c}$
coseno	$cos\ A = \frac{CA}{H} = \frac{b}{c}$	$cos\ B = \frac{CA}{H} = \frac{a}{c}$
tangente	$tan\ A = \frac{CO}{CA} = \frac{a}{b}$	$tan\ B = \frac{CO}{CA} = \frac{b}{a}$
cotangente	$cot\ A = \frac{CA}{CO} = \frac{b}{a}$	$cot\ B = \frac{CA}{CO} = \frac{a}{b}$
secante	$sec\ A = \frac{H}{CA} = \frac{c}{b}$	$sec\ B = \frac{H}{CA} = \frac{c}{a}$
cosecante	$csc\ A = \frac{H}{CO} = \frac{c}{a}$	$csc\ B = \frac{H}{CO} = \frac{c}{b}$



La caclculadora solo determina seno, coseno y tangente de forma directa

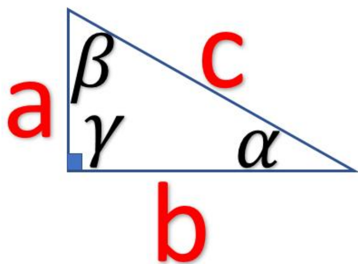
$$arc\ sen\ A = sen^{-1}A$$
$$arc\ cos\ A = cos^{-1}A$$
$$arc\ tan\ A = tan^{-1}A$$

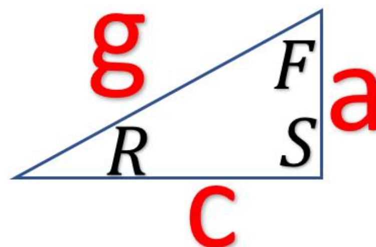
La función arco se activa con:
Shift + fun. trigonométrica + ángulo =

Las primeras tres razones trigonométricas nos permiten encontrar los ángulos aplicando las funciones arco, que en las calculadoras se representa:

Actividad 3.1 Razones trigonométricas

Determinar las seis razones trigonométricas para los ángulos agudos de los triángulos dados





1.-

$sen\ __ = \frac{CO}{H} = ___$ $sen\ __ = \frac{CO}{H} = ___$

$cos\ __ = \frac{CA}{H} = ___$ $cos\ __ = \frac{CA}{H} = ___$

$tan\ __ = \frac{CO}{CA} = ___$ $tan\ __ = \frac{CO}{CA} = ___$

$cot\ __ = \frac{CA}{CO} = ___$ $cot\ __ = \frac{CA}{CO} = ___$

$sec\ __ = \frac{H}{CA} = ___$ $sec\ __ = \frac{H}{CA} = ___$

$csc\ __ = \frac{H}{CO} = ___$ $csc\ __ = \frac{H}{CO} = ___$

2.-

$sen\ __ = \frac{CO}{H} = ___$ $sen\ __ = \frac{CO}{H} = ___$

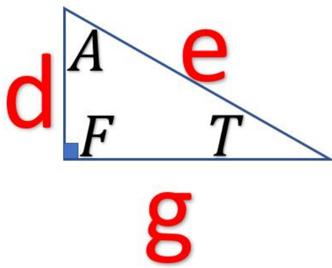
$cos\ __ = \frac{CA}{H} = ___$ $cos\ __ = \frac{CA}{H} = ___$

$tan\ __ = \frac{CO}{CA} = ___$ $tan\ __ = \frac{CO}{CA} = ___$

$cot\ __ = \frac{CA}{CO} = ___$ $cot\ __ = \frac{CA}{CO} = ___$

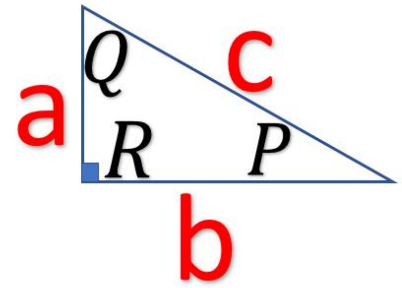
$sec\ __ = \frac{H}{CA} = ___$ $sec\ __ = \frac{H}{CA} = ___$

$csc\ __ = \frac{H}{CO} = ___$ $csc\ __ = \frac{H}{CO} = ___$



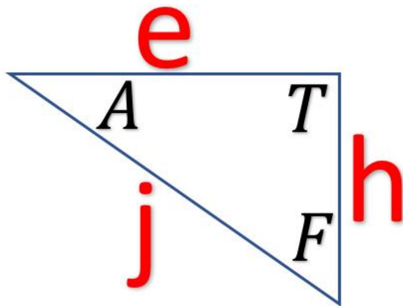
3.-

$sen\ ___ = \frac{CO}{H} = ---$	$sen\ ___ = \frac{CO}{H} = ---$
$cos\ ___ = \frac{CA}{H} = ---$	$cos\ ___ = \frac{CA}{H} = ---$
$tan\ ___ = \frac{CO}{CA} = ---$	$tan\ ___ = \frac{CO}{CA} = ---$
$\cot\ ___ = \frac{CA}{CO} = ---$	$\cot\ ___ = \frac{CA}{CO} = ---$
$sec\ ___ = \frac{H}{CA} = ---$	$sec\ ___ = \frac{H}{CA} = ---$
$csc\ ___ = \frac{H}{CO} = ---$	$csc\ ___ = \frac{H}{CO} = ---$



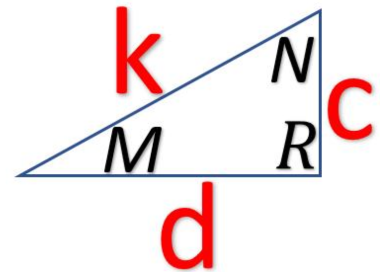
4.-

$sen\ ___ = \frac{CO}{H} = ---$	$sen\ ___ = \frac{CO}{H} = ---$
$cos\ ___ = \frac{CA}{H} = ---$	$cos\ ___ = \frac{CA}{H} = ---$
$tan\ ___ = \frac{CO}{CA} = ---$	$tan\ ___ = \frac{CO}{CA} = ---$
$\cot\ ___ = \frac{CA}{CO} = ---$	$\cot\ ___ = \frac{CA}{CO} = ---$
$sec\ ___ = \frac{H}{CA} = ---$	$sec\ ___ = \frac{H}{CA} = ---$
$csc\ ___ = \frac{H}{CO} = ---$	$csc\ ___ = \frac{H}{CO} = ---$



5.-

$sen\ ___ = \frac{CO}{H} = ---$	$sen\ ___ = \frac{CO}{H} = ---$
$cos\ ___ = \frac{CA}{H} = ---$	$cos\ ___ = \frac{CA}{H} = ---$
$tan\ ___ = \frac{CO}{CA} = ---$	$tan\ ___ = \frac{CO}{CA} = ---$
$\cot\ ___ = \frac{CA}{CO} = ---$	$\cot\ ___ = \frac{CA}{CO} = ---$
$sec\ ___ = \frac{H}{CA} = ---$	$sec\ ___ = \frac{H}{CA} = ---$
$csc\ ___ = \frac{H}{CO} = ---$	$csc\ ___ = \frac{H}{CO} = ---$



6.-

$sen\ ___ = \frac{CO}{H} = ---$	$sen\ ___ = \frac{CO}{H} = ---$
$cos\ ___ = \frac{CA}{H} = ---$	$cos\ ___ = \frac{CA}{H} = ---$
$tan\ ___ = \frac{CO}{CA} = ---$	$tan\ ___ = \frac{CO}{CA} = ---$
$\cot\ ___ = \frac{CA}{CO} = ---$	$\cot\ ___ = \frac{CA}{CO} = ---$
$sec\ ___ = \frac{H}{CA} = ---$	$sec\ ___ = \frac{H}{CA} = ---$
$csc\ ___ = \frac{H}{CO} = ---$	$csc\ ___ = \frac{H}{CO} = ---$

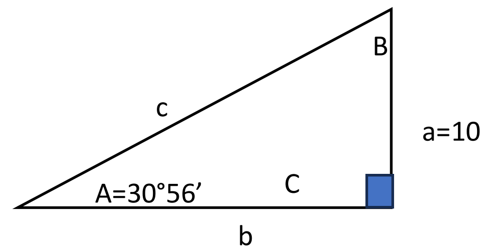
Actividad 3.2 Razones trigonométricas II

Aplicando razones trigonométricas resuelve los siguientes triángulos rectángulos en hojas anexas (determinar los ángulos y lados)

N°	a	b	c	A	B	C	N°	a	b	c	A	B	C
1	**6**	**8**	**10**				7	**9**	**12**	**15**			
2	**7**	**12**				**90**	8			**6**		**20°30’**	**90**
3		**8**	**13**			**90**	9	**6**	**5**				**90**
4	**2**		**8**			**90**	10	**7**		**8**			**90**
5	**10**			**30°56’**		**90**	11	**8**	**12**				**90**
6	**12**	**15**				**90**	12	**6**		**8**			**90**

5)

N°	a	b	c	A	B	C
5	**10**	**16.68**	19.45	**30°56’**	**59.04**	**90**



Para c

$$sen\ A = \frac{CO}{H}$$

$$sen\ 30°56' = \frac{10}{c}$$

$$c\ \ sen\ 30°56' = 10$$

$$c = \frac{10}{sen\ 30°56'}$$

$$10\ /(sen30°56') =$$

$$c = 19.45$$

Para b

$$cos\ A = \frac{CA}{h}$$

$$cos\ 30°56' = \frac{b}{19.45}$$

$$(19.45) cos\ 30°56' = b$$

$$19.45\ (cos30°56') =$$

$$16.68 = b$$

Para B

$$sen\ B = \frac{CO}{h}$$

$$sen\ B = \frac{16.68}{19.45}$$

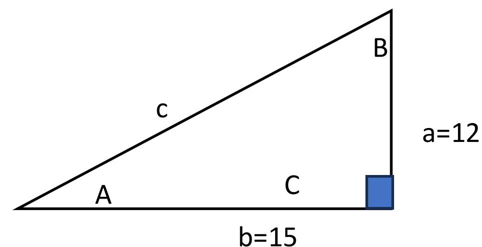
$$B = arc\ sen\ \left(\frac{16.68}{19.45}\right)$$

$$shift\ \ sen\ \left(\frac{16.68}{19.45}\right) =$$

$$B = 59.04$$

5)

N°	a	b	c	A	B	C
6	**12**	**15**				**90**



Para A

$$tan\ A = \frac{CO}{CA}$$

$$tan\ A = ---$$

$$A = arc\ tan\left(-\right)$$

$$A =$$

Para B

$$tan\ B = \frac{CO}{CA}$$

$$tan\ B = ---$$

$$B = arc\ tan\left(-\right)$$

$$B =$$

Para c

$$sen\ A = \frac{CO}{CA}$$

$$sen\ ___ = ---$$

$$B = arc\ tan\left(-\right)$$

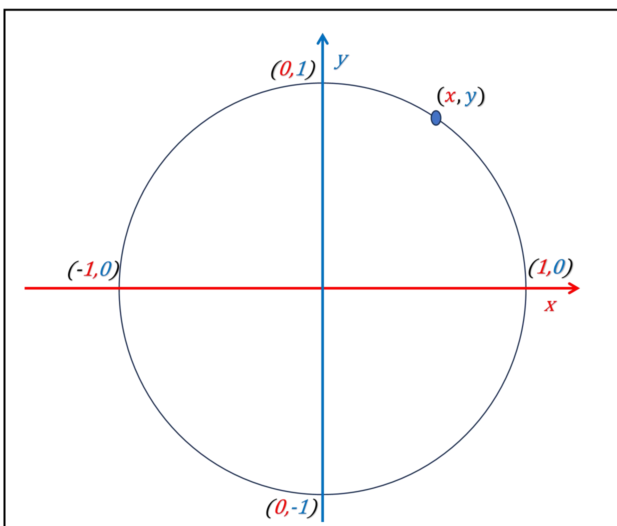
$$B =$$

Razones trigonométricas con el circulo unitario o circulo trigonometrico

Para conocer las razones trigonométricas podemos apoyarnos del **círculo trigonométrico o círculo unitario**

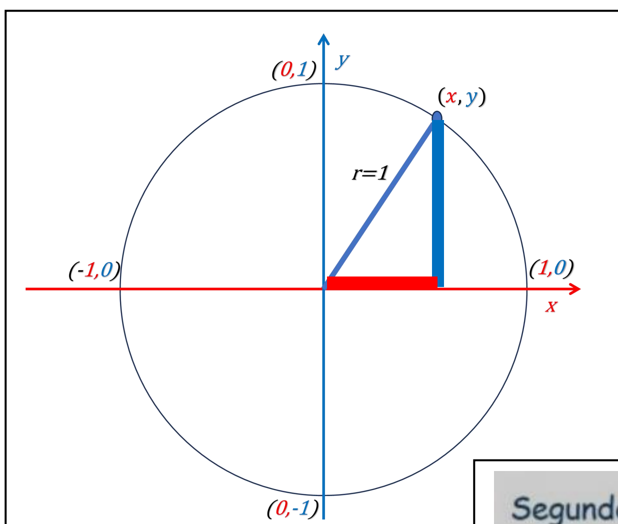
Círculo trigonométrico o círculo unitario

En una circulo con centro en el origen del plano cartesiano y radio igual a uno (como se muestra en a figura)



Si trazamos una vetical que pase por el punto (x, y) , se forma un triangulo rectangulo, en le cual se pueden determinar las razones trigonometricas

$$sen\ A = \frac{CO}{H} \qquad cos\ A = \frac{CA}{H}$$



Si consideramos que el radio de la circunferencia es 1 entonces:

Para este triangulo rectangulo tenemos:

$$sen\ \theta = \frac{CO}{1} \qquad cos\ \theta = \frac{CA}{1}$$

$$\therefore\ sen\ \theta = CO \qquad cos\ \theta = CA$$

$$\therefore\ sen\ \theta = y \qquad cos\ \theta = x$$

$$\therefore\ sen\ \theta = y \qquad cos\ \theta = x$$

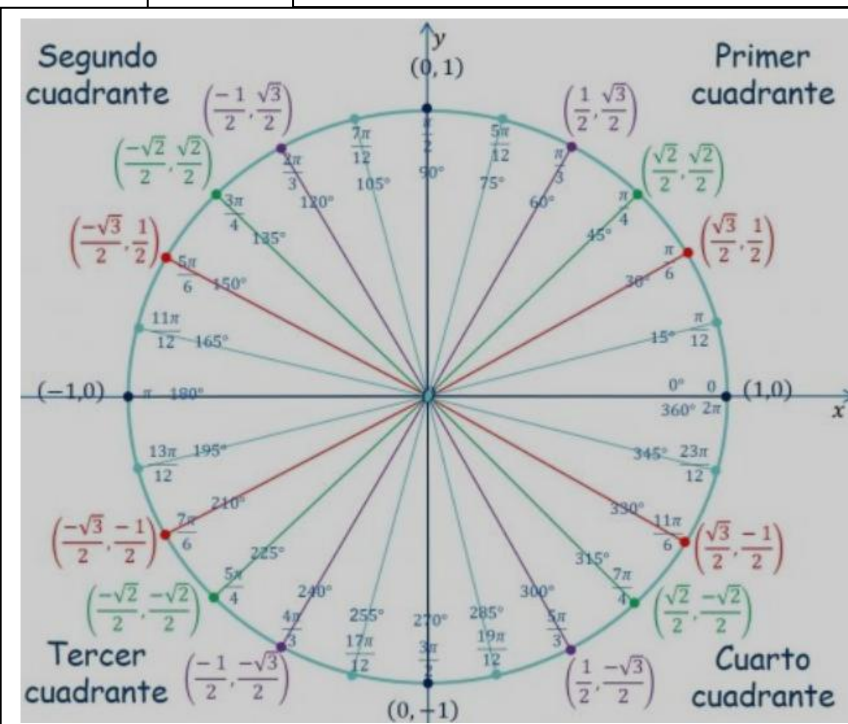
Aplicando razones trigonométricas y teorema de Pitágoras podemos deducir los valores de la siguiente figura

Recuerda que los ángulos se pueden medir en grados y radianes

Cuando una medida angular está definida por π, La medida angular esta en radianes

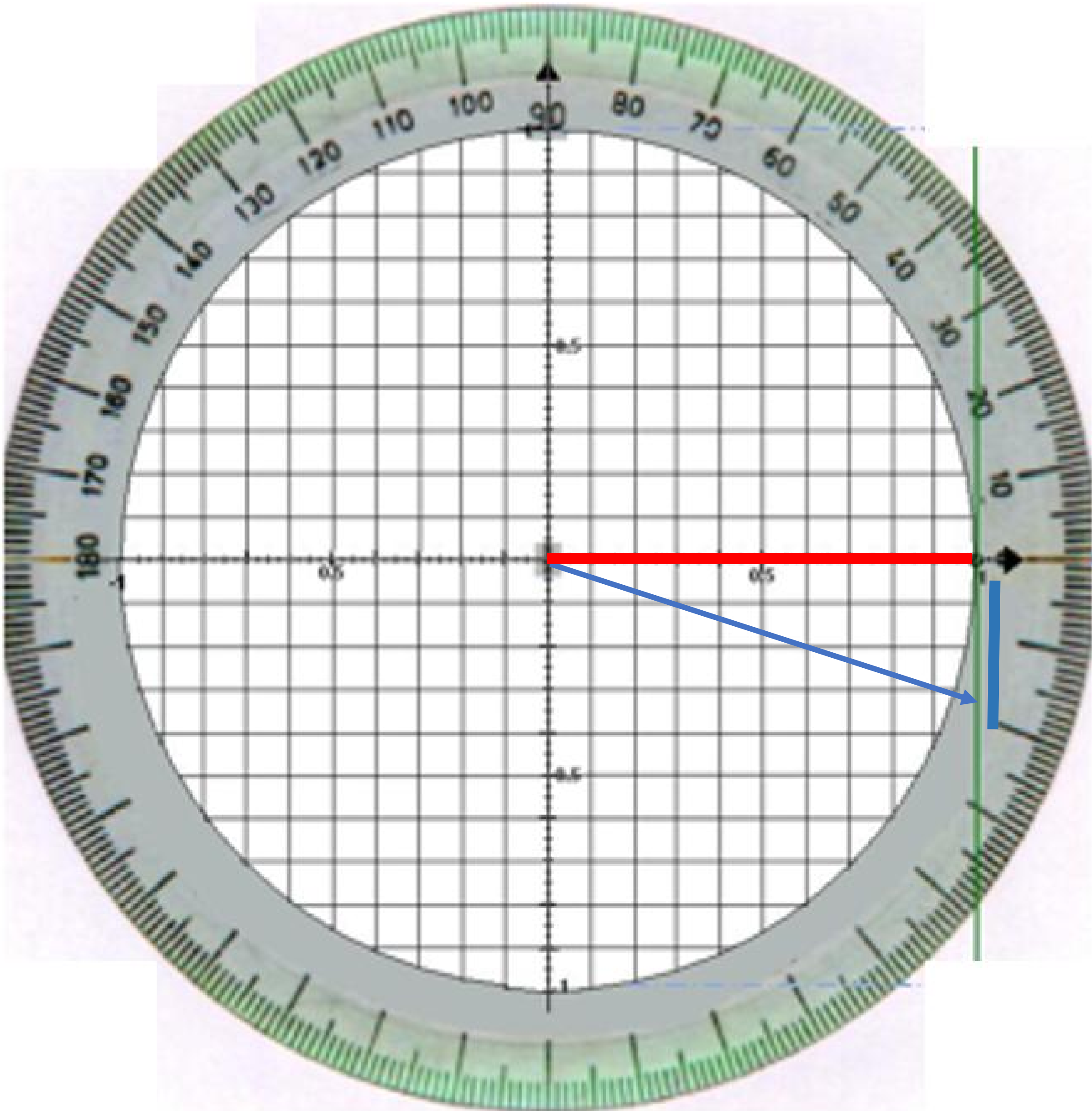
Recuerda que: $\pi\ rad = 180°$

$$\text{Tan}\ A = \frac{Sen\ A}{Cos\ A}$$



Actividad 3.3 Valores de las razones trigonométricas usando el circulo unitario o circulo trigonométrico

Utilizando el circulo unitario ó circulo trigonométrico determina el valor del seno, coseno y tangente de los ángulos dados



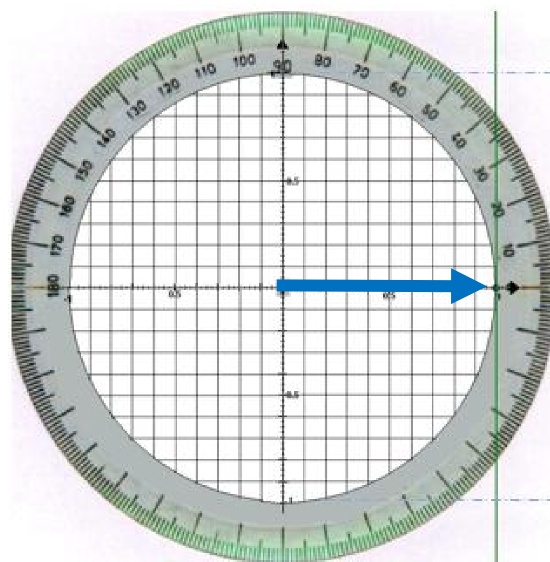
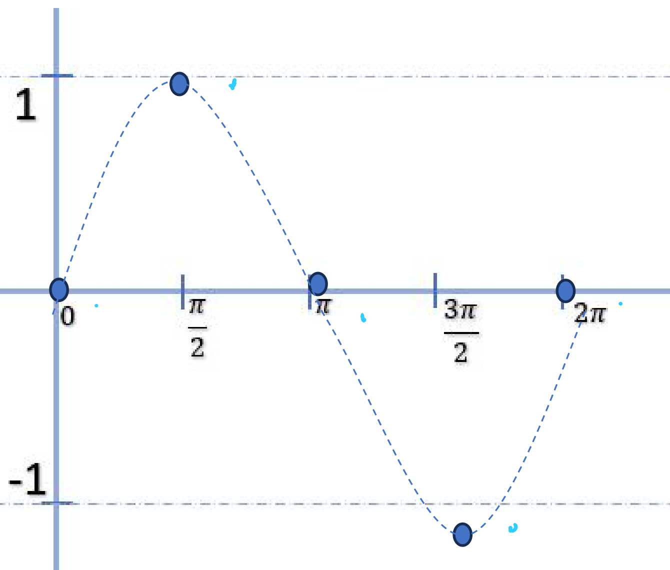
(0.5,0.85)

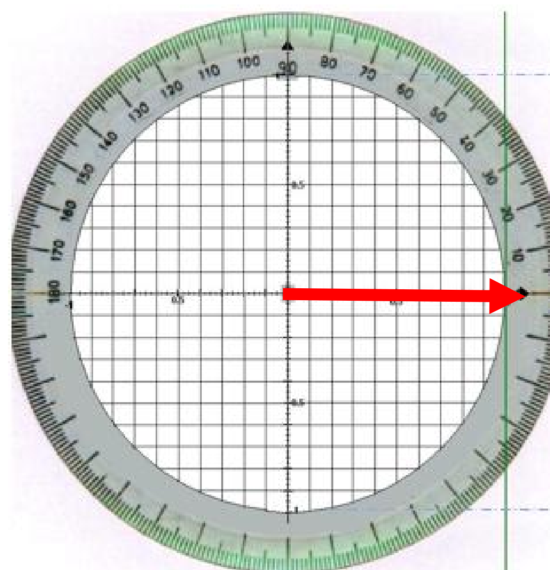
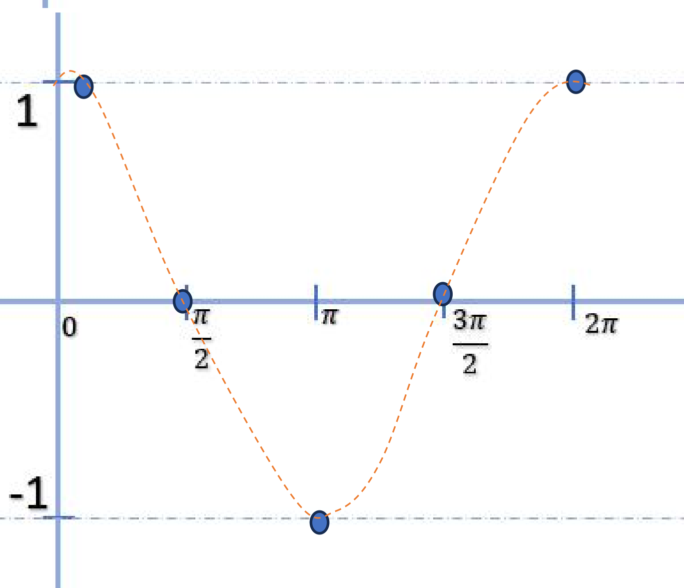
	0	10	20	45	55	60	80	90	125	165	180	230	260	270	300	340	360
Sen A						0.85		*1*			*0*					*-0.34*	
Cos A						*0.5*		*0*			*-1*					*0.93*	
Tan $A = \frac{Sen\ A}{Cos\ A}$						$\frac{0.85}{0.5} = 1.7$		$\frac{1}{0} = \infty$			$\frac{0}{-1} = 0$					$\frac{-0.34}{0.93} = -0.36$	

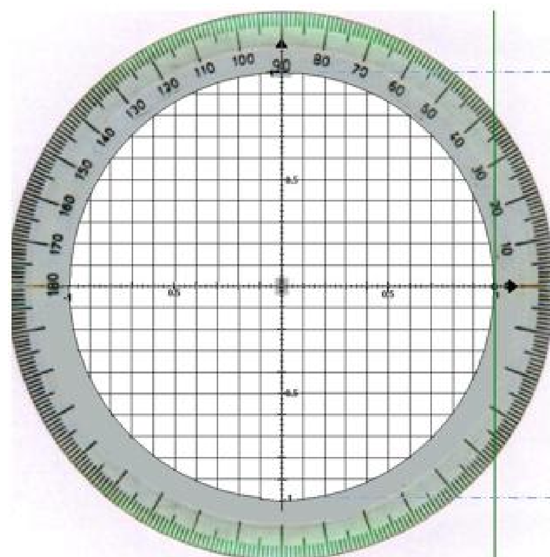
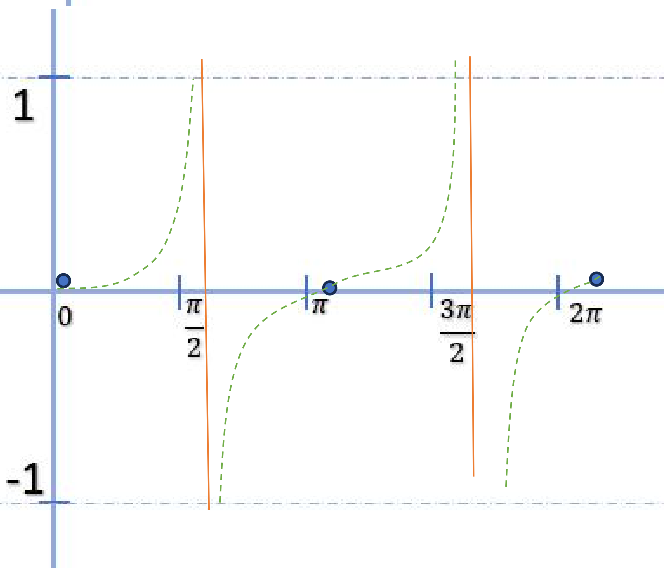
	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{12}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{7\pi}{12}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{11\pi}{12}$			$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	2π
Sen A																	
Cos A																	
Tan *A*																	

Actividad 3.4 Grafica de funciones trigonométricas

Utilizando el circulo unitario ó circulo trigonométrico grafica la función seno, función coseno y función tangente

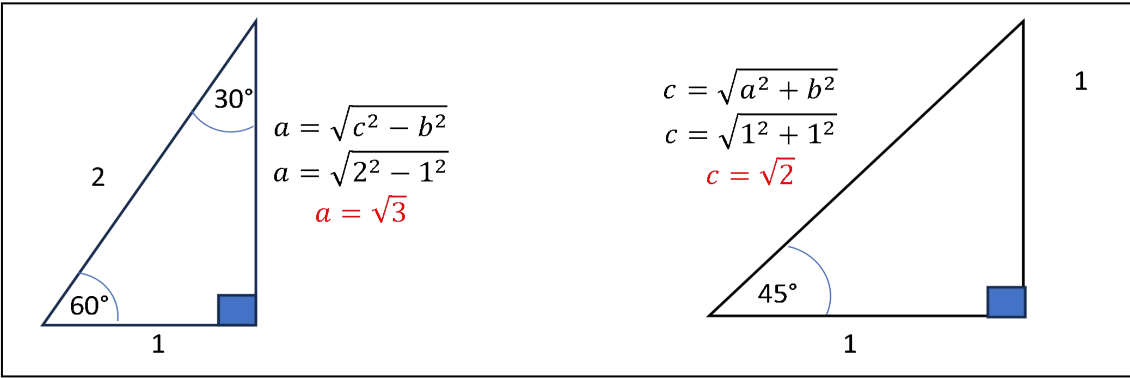



Razones trigonométricas sin calculadora para 30, 60 y 45 grados

El primer triangulo se obtien al trazar una altura a un tiangulo equilatero de lado igual a 2

El segundo triangulo se obtiene al trazar una diagonal a un cuaadrado de lado igual a 1
En estos triagulos podemos deducir las razones tigonometricas para los angulos de 30, 60 y 45 grados



$sen\ A = \frac{CO}{H}$

$cos\ A = \frac{CA}{H}$

$tan\ A = \frac{CO}{CA}$

$cot\ A = \frac{CA}{CO}$

$sec\ A = \frac{H}{CA}$

$csc\ A = \frac{H}{CO}$

$sen\ 30 = \frac{1}{2}$

$\cos 30 = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$tan\ 30 = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$cot\ 30 = \frac{\sqrt{3}}{1}$

$sec\ 30 = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

$csc\ 30 = \frac{2}{1}$

$sen\ 60 = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$cos\ 60 = \frac{1}{2}$

$tan\ 60 = \frac{\sqrt{3}}{1}$

$cot\ 60 = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$sec\ 60 = \frac{2}{1}$

$csc\ 60 = \frac{2}{\sqrt{3}}$

$sen\ 45 = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$cos\ 45 = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$tan\ 45 = \frac{1}{1} = 1$

$cot\ 45 = \frac{1}{1} = 1$

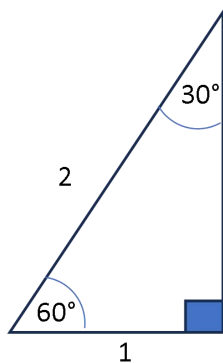
$sec\ 45 = \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$

$csc\ 45 = \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$

Actividad 3.5 Operaciones con Razones trigonométricas sin calculadora

Realizar las siguientes operaciones sin calculadora en hojas anexas

1	$sen\frac{\pi}{3} + cos\frac{\pi}{4} =$	$\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2}$	**11**	$sen\frac{\pi}{2} + cos\frac{\pi}{3} =$	
2	$tan\frac{\pi}{6} - sec\frac{\pi}{6} =$		**12**	$tan\frac{\pi}{4} + cot\frac{\pi}{6} =$	
3	$cot\frac{\pi}{4} + csc\frac{\pi}{3} =$		**13**	$cot\frac{\pi}{6} - csc\frac{\pi}{3} =$	
4	$sen\frac{\pi}{4} - cos\frac{\pi}{3} =$		**14**	$sen\frac{\pi}{4} + cos\frac{\pi}{3} =$	
5	$sen^2\frac{\pi}{3} + cos^2\frac{\pi}{3} =$	1	**15**	$sen^2\frac{\pi}{6} + cos^2\frac{\pi}{6} =$	
6	$\frac{sen\,\pi - cos\,\pi}{sec\,\pi} =$	*-1*	**16**	$\frac{sen\,\pi + cos\,\pi}{sec\,\pi} =$	
7	$\frac{sen\frac{\pi}{3} - cos\frac{\pi}{3}}{sec\frac{\pi}{3}} =$		**17**	$\frac{sen\frac{\pi}{4} + cos\frac{\pi}{3}}{sec\frac{\pi}{3}} =$	
8	$\frac{sen^2\frac{\pi}{4} + cos^2\frac{\pi}{4}}{sec\frac{\pi}{3}} =$		**18**	$\frac{sen^2\frac{\pi}{4} - cos^2\frac{\pi}{3}}{sec\frac{\pi}{3}} =$	
9	$\frac{tan^2\frac{\pi}{4} + sec^2\frac{\pi}{4}}{csc\frac{\pi}{3}} =$	$\frac{18}{8\sqrt{3}} = \frac{9}{4\sqrt{3}} = \frac{9\sqrt{3}}{12} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$	**19**	$\frac{tan^2\frac{\pi}{6} - sec^2\frac{\pi}{3}}{csc\frac{\pi}{3}} =$	$\frac{7\,(3)}{12 * 2\sqrt{3}} =$ $\frac{7}{8\sqrt{3}} = \frac{7\sqrt{3}}{24}$
10	$\frac{cot^2\frac{\pi}{6} + sec^2\frac{\pi}{4}}{csc\frac{\pi}{3}} =$		**20**	$\frac{cot^2\frac{\pi}{3} - sec^2\frac{\pi}{6}}{csc\frac{\pi}{3}} =$	$\frac{13}{8\sqrt{3}} = \frac{13\sqrt{3}}{24}$



$a = \sqrt{c^2 - b^2}$

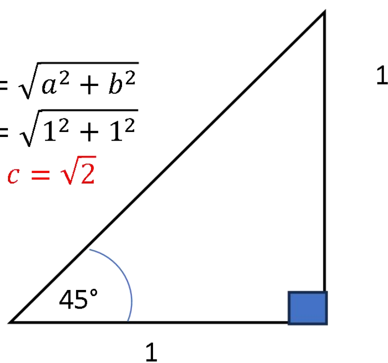
$a = \sqrt{2^2 - 1^2}$

$a = \sqrt{3}$

$c = \sqrt{a^2 + b^2}$

$c = \sqrt{1^2 + 1^2}$

$c = \sqrt{2}$



$sen\ A = \frac{CO}{H}$

$\cos A = \frac{CA}{H}$

$\tan A = \frac{CO}{CA}$

$\cot A = \frac{CA}{CO}$

$\sec A = \frac{H}{CA}$

$\csc A = \frac{H}{CO}$

1 $sen\ \frac{\pi}{3} + \cos\frac{\pi}{4} =$

$sen\ 60 + \cos 45 =$

$\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} =$ $\qquad \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} =$

$\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2} \approx 1.5731\ldots$

3 $sen^2\frac{\pi}{3} + \cos^2\frac{\pi}{3} =$

$sen^2 60 + \cos^2 60 =$

$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 =$

$\frac{3}{4} + \frac{1}{4} =$

$\frac{4}{4} = 1$

11 $sen\ \frac{\pi}{2} + \cos\frac{\pi}{3} =$

$sen\ 90 + \cos 60 =$

$1 + \frac{1}{2} =$

$\frac{3}{2}$

9 $\frac{\tan^2\frac{\pi}{4} + \sec^2\frac{\pi}{4}}{\csc\frac{\pi}{3}} =$

$\frac{\tan^2 45 + \sec^2 45}{\csc 60} =$

$\frac{\left(\frac{1}{1}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{1}\right)^2}{\frac{2}{\sqrt{3}}} =$ $\qquad \frac{2}{\sqrt{3}}\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right) = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

$\frac{(1)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}{\frac{2\sqrt{3}}{3}} =$

$\frac{1+\frac{2}{4}}{\frac{2\sqrt{3}}{3}} = \frac{\frac{6}{4}}{\frac{2\sqrt{3}}{3}} = \frac{18}{8\sqrt{3}} = \frac{9}{4\sqrt{3}} =$

$\frac{9\sqrt{3}}{12} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$

19 $\frac{\tan^2\frac{\pi}{6} - \sec^2\frac{\pi}{3}}{\csc\frac{\pi}{3}} =$

$\frac{\tan^2 30 - \sec^2 60}{\csc 60} =$

$\frac{\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2}{\frac{2}{\sqrt{3}}} =$ $\qquad \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$\frac{2}{\sqrt{3}}\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right) = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

$\frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2}{\frac{2\sqrt{3}}{3}} =$

$\frac{\frac{3}{9}-\frac{1}{4}}{\frac{2\sqrt{3}}{3}} = \frac{\frac{3}{36}}{\frac{2\sqrt{3}}{3}} = \frac{\frac{1}{12}}{\frac{2\sqrt{3}}{3}} = \frac{1\,(3)}{12*2\sqrt{3}} =$

$\frac{1}{4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{12}$

20 $\frac{\cot^2\frac{\pi}{3} - \sec^2\frac{\pi}{6}}{\csc\frac{\pi}{3}} =$

$\frac{\cot^2 60 - \sec^2 30}{\csc 60} =$

$\frac{\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}{\frac{2}{\sqrt{3}}} =$ $\qquad \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$\frac{2}{\sqrt{3}}\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right) = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

$\frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}{\frac{2\sqrt{3}}{3}} =$

$\frac{\frac{3}{9}-\frac{3}{4}}{\frac{2\sqrt{3}}{3}} = \frac{\frac{1}{3}-\frac{3}{4}}{\frac{2\sqrt{3}}{3}} = \frac{\frac{-5}{12}}{\frac{2\sqrt{3}}{3}} = \frac{-5(3)}{12*2\sqrt{3}} =$

$\frac{-5}{8\sqrt{3}} = \frac{-5\sqrt{3}}{24}$

6 $\frac{sen\ \pi - \cos\pi}{\sec\pi}$

$\frac{sen\ 180 - \cos 180}{\sec 180}$

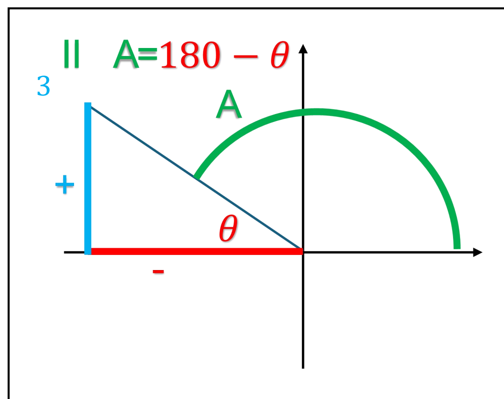
$\frac{0-(-1)}{\frac{1}{\cos 180}}$

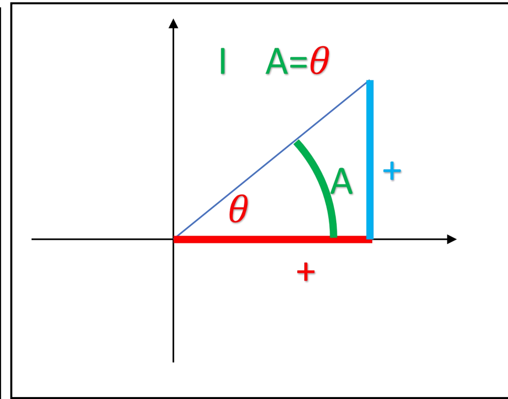
$\frac{0+1}{\frac{1}{-1}}$

$\frac{1}{-1} = -1$

Razones trigonométricas en los diferentes cuadrantes

En las siguientes graficas se observa como se visualizan los ángulos en los diferentes cuadrantes



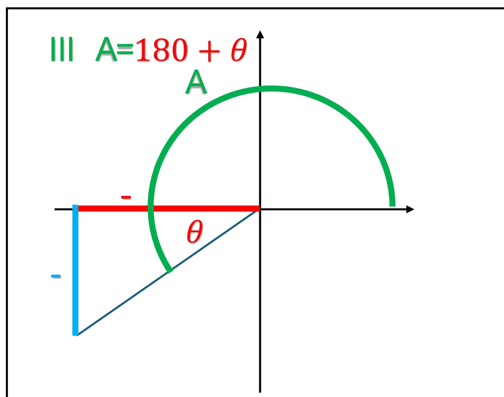


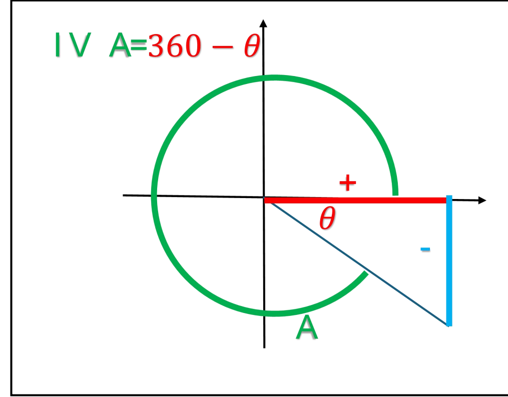
El ángulo θ es el ángulo agudo de cada triángulo

El ángulo estándar (se mide desde el eje equis positivo) se representa de color verde

Los catetos conservan el signo del eje cartesiano

La hipotenusa siempre es positiva en los cuatro cuadrantes





$sen\ A = \frac{CO}{H}$

$cos\ A = \frac{CA}{H}$

$tan\ A = \frac{CO}{CA}$

$\cot A = \frac{CA}{CO}$

$sec\ A = \frac{H}{CA}$

$csc\ A = \frac{H}{CO}$

Actividad 3.6 Razones trigonométricas en los diferentes cuadrantes

Determinar las seis razones trigonométricas en el cuadrante indicado, indicando el ángulo en posición estándar (desde el eje de X positivo)

		Cuadrante			Cuadrante
1	$sen\ A = \frac{3}{5}$	II	11	$sec\ K = -\frac{3}{5}$	II
2	$cos\ B = -\frac{2}{7}$	III	12	$tan\ L = \frac{5}{3}$	III
3	$tan\ C = -\frac{3}{5}$	IV	13	$cot\ M = -2$	IV
4	$cot\ D = -3$	II	14	$sec\ N = -3$	II
5	$sec\ E = \frac{8}{5}$	IV	15	$csc\ R = -4$	III
6	$csc\ F = -\frac{3}{5} = \frac{H}{CO}$	III	16	$sen\ \theta = \frac{2}{5}$	III
7	$sen\ G = -\frac{2}{5}$	IV	17	$cos\ W = \frac{3}{7}$	IV
8	$cos\ H = -\frac{7}{3} = \frac{CA}{H}$	III	18	$tan\ A = 4$	III
9	$tan\ I = -5$	IV	19	$cot\ P = -2$	IV
10	$cot\ J = -\frac{6}{5}$	II	20	$sec\ Q = -\frac{1}{5}$	II

12	$tan\ L = \frac{5}{3}$	III

$$\tan\theta = \frac{CO}{CA} = \frac{5}{3}$$

CO=5

CA=3

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$c = \sqrt{(-5)^2 + (-3)^2}$$

$$c = \sqrt{25 + 9}$$

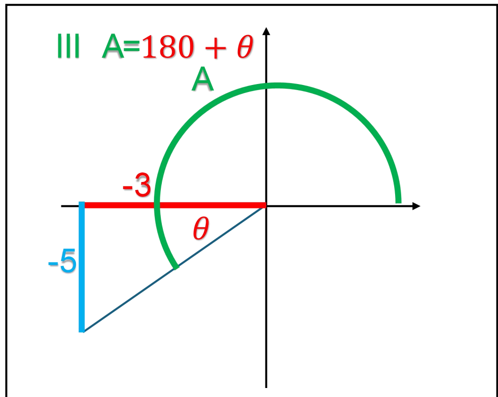
$$c = \sqrt{34}$$

$$H = \sqrt{34}$$

$$\frac{-5}{\sqrt{34}} =$$

$$\frac{-5}{\sqrt{34}}\frac{\sqrt{34}}{\sqrt{34}} =$$

$$\frac{-5\sqrt{34}}{34}$$



$$sen\ \theta = \frac{CO}{H} = \frac{-5}{\sqrt{34}} = \frac{-5\sqrt{34}}{34}$$

$$cos\theta = \frac{CA}{H} = \frac{-3}{\sqrt{34}} = \frac{-3\sqrt{34}}{34}$$

$$\tan\theta = \frac{CO}{CA} = \frac{-5}{-3} = \frac{5}{3}$$

$$\cot\theta = \frac{CA}{CO} = \frac{3}{5}$$

$$\sec\theta = \frac{H}{CA} = \frac{\sqrt{34}}{-3} = -\frac{\sqrt{34}}{3}$$

$$csc\theta = \frac{H}{CO} = \frac{\sqrt{34}}{-5} = -\frac{\sqrt{34}}{5}$$

Para encontrar el ángulo solo se pueden tomar

seno

Coseno

Tangente

Se toma la positiva (tangente)

$$\tan\theta = \frac{5}{3}$$

$$\theta = arc\ \tan\left(\frac{5}{3}\right)$$

$$shift\quad \tan\left(\frac{5}{3}\right) =$$

θ=59.03

A=180+ θ

A=180+ 59.3

A=239.3

4	$cot\ D = -3$	II

$$\cot\theta = \frac{CA}{CO} = -3 = \frac{-3}{1}$$

CA=-3

CA=1

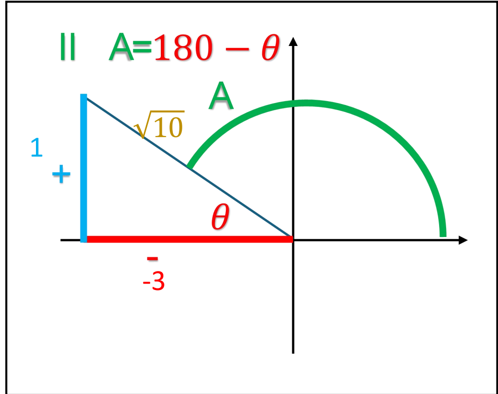
$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$c = \sqrt{(1)^2 + (-3)^2}$$

$$c = \sqrt{1 + 9}$$

$$c = \sqrt{10}$$

$$H = \sqrt{10}$$



$$sen\ \theta = \frac{CO}{H} = \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$$

$$cos\theta = \frac{CA}{H} = \frac{-3}{\sqrt{10}} = \frac{-3\sqrt{10}}{10}$$

$$\tan\theta = \frac{CO}{CA} = \frac{1}{-3} = -\frac{1}{3}$$

$$\cot\theta = \frac{CA}{CO} = \frac{-3}{1}$$

$$\sec\theta = \frac{H}{CA} = \frac{\sqrt{10}}{-3} = -\frac{\sqrt{10}}{3}$$

$$csc\theta = \frac{H}{CO} = \frac{\sqrt{10}}{1} = \sqrt{10}$$

Para encontrar el ángulo solo se pueden tomar

seno

Coseno

Tangente

Se toma la positiva (seno)

$$sen\ \theta = \frac{\sqrt{10}}{10}$$

$$\theta = arc\ sen\left(\frac{\sqrt{10}}{10}\right)$$

$$shift\quad \text{arc sen}\left(\frac{\sqrt{10}}{10}\right) =$$

θ=18.43

A=180- θ

A=180+ 18.43

A=161.57

5	$sec\ E = \frac{8}{5}$	IV

$sec\,\theta = \frac{H}{CA} = \frac{8}{5}$

H=8

CA=5

$CO = \sqrt{39}$

$sen\,\theta = \frac{CO}{H} = \frac{-\sqrt{39}}{8}$

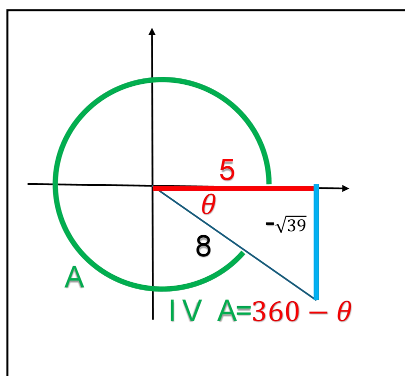
$cos\theta = \frac{CA}{H} = \frac{5}{8}$

$\tan\theta = \frac{CO}{CA} = \frac{-\sqrt{39}}{5}$

$\cot\theta = \frac{CA}{CO} = \frac{5}{-\sqrt{39}} = -\frac{5\sqrt{39}}{39}$

$\sec\theta = \frac{H}{CA} = \frac{8}{5}$

$csc\theta = \frac{H}{CO} = \frac{8}{-\sqrt{39}} = -\frac{8}{\sqrt{39}} = -\frac{8\sqrt{39}}{39}$



$a = \sqrt{c^2 - b^2}$

$a = \sqrt{(8)^2 - (5)^2}$

$a = \sqrt{64 - 25}$

$CO = \sqrt{39}$

Para encontrar el ángulo solo se pueden tomar

seno

Coseno

Tangente

Se toma la positiva

$cos\theta = \frac{5}{8}$

$\theta = arc\cos\left(\frac{5}{8}\right)$

$shift\ \ \cos\left(\frac{5}{8}\right) =$

θ=51.3

A=360- *θ*

A=360- 51.3

A=308.7

15	$csc\ R = -4$	III

$csc\theta = \frac{H}{CO} = -4 = \frac{-4}{1}$

H=4

CO=-1

$CA = -\sqrt{15}$

$sen\,\theta = \frac{CO}{H} = \frac{-1}{4} = -\frac{1}{4}$

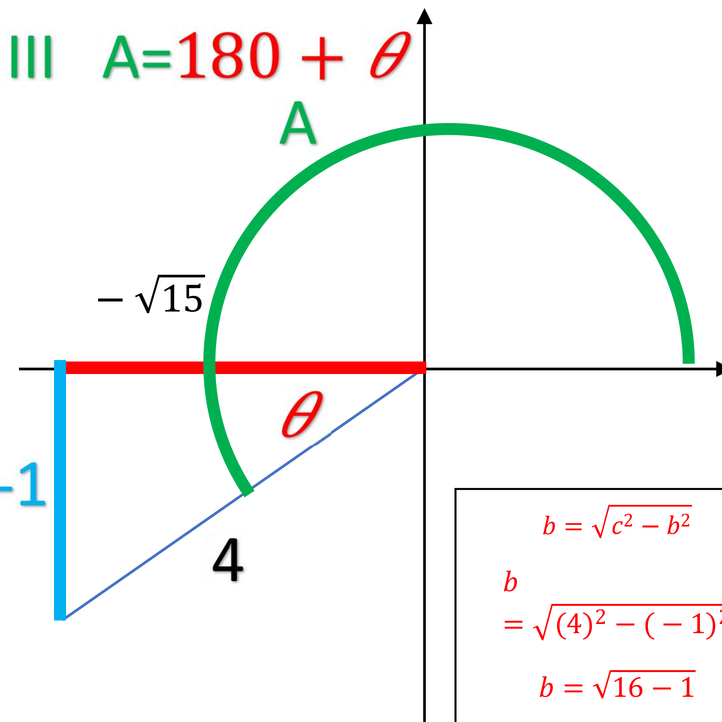
$cos\theta = \frac{CA}{H} = \frac{-\sqrt{15}}{4} = -\frac{\sqrt{15}}{4} =$

$\tan\theta = \frac{CO}{CA} = \frac{-1}{-\sqrt{15}} = \frac{\sqrt{15}}{15}$

$\cot\theta = \frac{CA}{CO} = \frac{\sqrt{15}}{17}$

$\sec\theta = \frac{H}{CA} = \frac{4}{-\sqrt{15}} = -\frac{4\sqrt{15}}{15}$

$csc\theta = \frac{H}{CO} = \frac{4}{-1} = -4$



$b = \sqrt{c^2 - b^2}$

$b = \sqrt{(4)^2 - (-1)^2}$

$b = \sqrt{16 - 1}$

$b = \sqrt{15}$

Para encontrar el ángulo solo se pueden tomar

seno

Coseno

Tangente

Se toma la positiva

$\tan\theta = \frac{\sqrt{15}}{15}$

$\theta = arc\tan\left(\frac{\sqrt{15}}{15}\right)$

θ=14.47

A=180+ *θ*

A=180+ 14.47

A=194.47

Actividad 3. 7 Problemas de aplicación chatgpt

¡Claro! Aquí tienes **15 problemas de aplicación de razones trigonométricas** con sus respectivas **respuestas**, enfocados a estudiantes del **CECyT 9 "Juan de Dios Bátiz" del IPN**, nivel bachillerato. Están diseñados para practicar con triángulos rectángulos, usando seno, coseno y tangente.

1. Un árbol proyecta una sombra de 12 m cuando los rayos del sol forman un ángulo de 35° con el suelo. ¿Cuál es la altura del árbol?

Respuesta: 8.4 m

2. Desde un punto en el suelo se observa la cima de un edificio con un ángulo de elevación de 60°. Si la distancia horizontal al edificio es de 40 m, ¿qué altura tiene el edificio?

Respuesta: 69.3 m

3. Un dron está volando con un cable de 50 m de largo atado al suelo, formando un ángulo de 30° con el piso. ¿Qué altura ha alcanzado el dron?

Respuesta: 25 m

4. Un bombero usa una escalera de 10 m apoyada sobre un muro, formando un ángulo de 75° con el suelo. ¿A qué altura llega la escalera?

Respuesta: 9.66 m

5. Una rampa tiene una inclinación de 20° y una longitud de 8 m. ¿Qué altura alcanza?

Respuesta: 2.74 m

6. Una escalera de 6 m está apoyada en una pared y forma un ángulo de 65° con el suelo. ¿Qué distancia horizontal hay desde la base de la escalera hasta la pare

Respuesta: 2.54 m

7. Una tirolesa parte de una torre a 15 m de altura y llega al suelo con un ángulo de 25°. ¿Cuál es la longitud del cable?

Respuesta: 35.5 m

8. Una avioneta asciende formando un ángulo de 18° con la horizontal. Si ha recorrido 2 km en línea recta, ¿cuál es su altura?

Respuesta: 620 m

9. Desde un punto a 100 m de una torre, se ve su cima con un ángulo de elevación de 40°. ¿Cuál es la altura de la torre?

Respuesta: 83.9 m

10. Un ciclista sube por una pendiente de 12° de inclinación durante 500 m.

¿Qué altura gana respecto al nivel inicial?

Respuesta: 103.9 m

11. Un faro está ubicado a 90 m de la costa, y se ve desde un bote con un ángulo de elevación de 20°. ¿Qué altura tiene el faro?

Respuesta: 32.8 m

12. Una cuerda de 5 m forma un ángulo de 70° con el suelo. ¿A qué altura llega el extremo superior de la cuerda?

Respuesta: 4.7 m

13. Desde un punto en el suelo, se ve un globo aerostático con un ángulo de elevación de 45° y se sabe que está a 150 m de distancia en línea recta. ¿A qué altura está el globo?

Respuesta: 106.1 m

14. Una torre de comunicación forma una sombra de 22 m con un ángulo de elevación del sol de 55°.
¿Qué altura tiene la torre?

Respuesta: 31.4 m

15. Una persona observa un edificio con un ángulo de elevación de 28° y se encuentra a 60 m de su base. ¿Qué altura tiene el edificio?

Respuesta: 31.9 m

Identidades trigonométricas

Son igualdades de las funciones trigonométricas

Son 11 identidades trigonométricas fundamentales

Se dividen en tres grupos

$$\text{Identidades trigonométricas fundamentales} = \begin{cases} recíprocas \\ cociente \\ pitagoricas \end{cases}$$

RECIPRÓCAS

$$sen\ \theta = \frac{1}{csc\theta}$$

$$\cos\theta = \frac{1}{sec\ \theta}$$

$$\tan\theta = \frac{1}{cot\ \theta}$$

$$\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$$

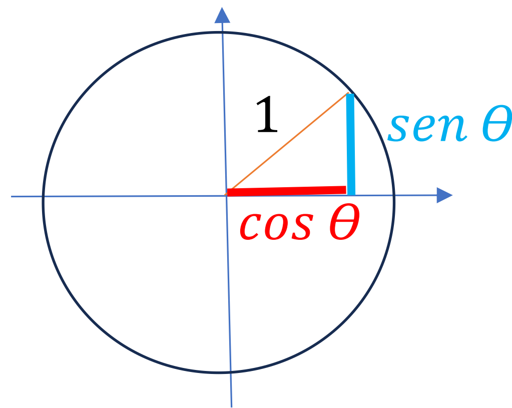
$$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$$

$$csc\theta = \frac{1}{sen\ \theta}$$

COCIENTE

$$\tan\theta = \frac{sen\ \theta}{\cos\theta}$$

$$\cot\theta = \frac{\cos\theta}{sen\ \theta}$$



PITAGORICAS

$$sen^2A + cos^2A = 1$$

Divido entre cos^2A

$$\frac{sen^2A}{cos^2A} + \frac{cos^2A}{cos^2A} = \frac{1}{cos^2A}$$

$$tan^2A + 1 = sec^2A$$

Divido entre sen^2A

$$\frac{sen^2A}{sen^2A} + \frac{cos^2A}{sen^2A} = \frac{1}{sen^2A}$$

$$1 + cot^2A = csc^2A$$

Actividad 3.8 identidades trigonométricas

Demostrar las siguientes identidades trigonométricas

1	$sen\ \theta\ \cot\theta = \cos\theta$	11	$cos\ \theta\ \tan\theta = \text{sen}\ \theta$	21	$\tan\theta\ cot\ \theta = 1$
2	$sen\ \theta\ \csc\theta = 1$	12	$cos\ \theta\ \sec\theta = 1$	22	$sen\ \theta\ \sec\theta = \tan\theta$
3	$sen\ \theta \frac{1}{\tan\theta} = \cos\theta$	13	$cos\ \theta \frac{1}{\cot\ \theta} = \cos\theta$	23	$\cos\theta \frac{sen\ \theta}{\cot\ \theta} = \text{sen}^2\ \theta$
4	$sen\ \theta \frac{\cos\theta}{\tan\theta\ \ \theta} = \cos^2\theta$	14	$\frac{\text{sen}\ \theta}{\csc\ \theta} + \frac{\cos\theta}{\sec\ \theta} = 1$	24	$\frac{\cos\theta}{\sec\ \theta} = \cos^2\theta$
5	$\frac{\text{sen}\ \theta}{\csc\ \theta} = \text{sen}^2\ \theta$	15	$\frac{1}{\tan\theta} = \frac{\cos\theta}{\text{sen}\ \theta}$	25	$\frac{1}{\cot\theta} = \frac{\text{sen}\ \theta}{\cos\theta}$
6	$cos\ \theta\ \csc\theta = \cot\theta$	16	$\cos\theta\csc\theta\tan\theta = 1$	26	$\tan\theta + \cot\theta = \sec\theta\csc\theta$
7	$\cos^2\theta + 7 = 8 - sen^2\ \theta$	17	$sen^2\ \theta + 2 = 3 - \cos^2\theta$	27	$sen^2\ \theta - 4 = - 3 - \cos^2\theta$
8	$\frac{\cot\theta}{\cos\theta} = \frac{1}{\text{sen}\ \theta}$	18	$\frac{\csc\theta}{\sec\theta} = \cot\theta$	28	$\frac{\sec\theta}{\csc\theta} = \tan\theta$
9	$(sen\ A + \cos A)^2 + (sen\ A - \cos A)^2 = 1$				

ACT 3.8 .... Pasamos a senos y cosenos para poder demostrar la identidad (no siempre se puede)

1 $\text{sen}\,\theta\ \cot\theta = \cos\theta$

$$\frac{\text{sen}\,\theta}{1}\cdot\frac{\cos\theta}{\text{sen}\,\theta} = \cos\theta$$

$$\frac{\text{sen}\,\theta\,\cos\theta}{\text{sen}\,\theta} = \cos\theta$$

$$\cos\theta = \cos\theta$$

2 $\text{sen}\,\theta\ \csc\theta = 1$

$$\frac{\text{sen}\,\theta}{1}\cdot\frac{1}{\text{sen}\,\theta} = 1$$

$$\frac{\text{sen}\,\theta}{\text{sen}\,\theta} = 1$$

$$1 = 1$$

3 $\text{sen}\,\theta\,\frac{1}{\tan\theta} = \cos\theta$

$$\text{sen}\,\theta\,\frac{1}{\frac{\text{sen}\,\theta}{\cos\theta}} = \cos\theta$$

$$\frac{\text{Sen}\,\theta}{\frac{\text{sen}\,\theta}{\cos\theta}} = \frac{\frac{\text{sen}\,\theta}{1}}{\frac{\text{sen}\,\theta}{\cos\theta}} = \cos\theta$$

$$\frac{\text{sen}\,\theta\,\cos\theta}{\text{sen}\,\theta} = \cos\theta$$

$$\cos\theta = \cos\theta$$

27

$$\text{sen}^2\,\theta - 4 = -3 - \cos^2\theta$$

$$\text{sen}^2\,\theta + \cos^2\theta = -3 + 4$$

$$\text{sen}^2\,\theta + \cos^2\theta = 1$$

$$1 = 1$$

6 $\cos\theta\ \csc\theta = \cot\theta$

$$\cos\theta\,\frac{1}{\text{sen}\,\theta} = \cot\theta$$

$$\frac{\cos\theta}{1}\cdot\frac{1}{\text{sen}\,\theta} = \cot\theta$$

$$\frac{\cos\theta}{\text{sen}\,\theta} = \cot\theta$$

$$\cot\theta = \cot\theta$$

15 $\frac{1}{\tan\theta} = \frac{\cos\theta}{\text{sen}\,\theta}$

$$\frac{1}{\frac{\text{sen}\,\theta}{\cos\theta}} = \frac{\cos\theta}{\text{sen}\,\theta}$$

$$\frac{\frac{1}{1}}{\frac{\text{sen}\,\theta}{\cos\theta}} = \frac{\cos\theta}{\text{sen}\,\theta}$$

$$\frac{\cos\theta}{\text{sen}\,\theta} = \frac{\cos\theta}{\text{sen}\,\theta}$$

16 $\cos\theta\ \csc\theta\ \tan\theta = 1$

$$\cos\theta\,\frac{1}{\text{sen}\,\theta}\,\frac{\text{sen}\,\theta}{\cos\theta} = 1$$

$$\frac{\cos\theta}{1}\,\frac{1}{\text{sen}\,\theta}\,\frac{\text{sen}\,\theta}{\cos\theta} = 1$$

$$\frac{\cos\theta\ \text{sen}\,\theta}{\text{sen}\,\theta\ \cos\theta} = 1$$

$$1 = 1$$

23 $\cos\theta\,\frac{\text{sen}\,\theta}{\cot\theta} = \text{sen}^2\,\theta$

$$\cos\theta\,\frac{\text{sen}\,\theta}{\frac{\cos\theta}{\text{sen}\,\theta}} = \text{sen}^2\,\theta$$

$$\cos\theta\,\frac{\frac{\text{sen}\,\theta}{1}}{\frac{\cos\theta}{\text{sen}\,\theta}} = \text{sen}^2\,\theta$$

$$\cos\theta\,\frac{\text{sen}\,\theta\ \text{sen}\,\theta}{\cos\theta} = \text{sen}^2\,\theta$$

$$\text{sen}\,\theta\ \text{sen}\,\theta = \text{sen}^2\,\theta$$

$$\text{sen}^2\,\theta = \text{sen}^2\,\theta$$

13 $\cos\theta\,\frac{1}{\cot\theta} = \cos\theta$

$$\cos\theta\,\frac{\frac{1}{1}}{\frac{\cos\theta}{\text{sen}\,\theta}} = \cos\theta$$

$$\cos\theta\,\frac{\text{sen}\,\theta}{\cos\theta} = \cos\theta$$

$$\frac{\cos\theta\ \text{sen}\,\theta}{\cos\theta} = \cos\theta$$

$$\text{sen}\,\theta = \cos\theta$$

No es una igualdad

Esta mal planteado el problema

18 $\frac{\csc\theta}{\sec\theta} = \cot\theta$

$$\frac{\frac{1}{\text{sen}\,\theta}}{\frac{1}{\cos\theta}} = \cot\theta$$

$$\frac{\cos\theta}{\text{sen}\,\theta} = \cot\theta$$

$$\cot\theta = \cot\theta$$

26 $\tan\theta + \cot\theta = \sec\theta\,\csc\theta$

$$\frac{\text{sen}\,\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\text{sen}\,\theta} = \sec\theta\,\csc\theta$$

$$\frac{\text{sen}^2\,\theta + \cos^2\theta}{\cos\theta\ \text{sen}\,\theta} = \sec\theta\,\csc\theta$$

$$\frac{1}{\cos\theta\ \text{sen}\,\theta} = \sec\theta\,\csc\theta$$

$$\sec\theta\,\csc\theta = \sec\theta\,\csc\theta$$

4 $\text{sen}\,\theta\,\frac{\cos\theta}{\tan\theta} = \cos^2\theta$

$$\text{sen}\,\theta\,\frac{\cos\theta}{\frac{\text{sen}\,\theta}{\cos\theta}} = \cos^2\theta$$

$$\text{sen}\,\theta\,\frac{\frac{\cos\theta}{1}}{\frac{\text{sen}\,\theta}{\cos\theta}} = \cos^2\theta$$

$$\text{sen}\,\theta\,\frac{\cos\theta\ \cos\theta}{\text{sen}\,\theta} = \cos^2\theta$$

$$\cos\theta\ \cos\theta = \cos^2\theta$$

$$\cos^2\theta = \cos^2\theta$$

8 $\frac{\cot\theta}{\cos\theta} = \frac{1}{\text{sen}\,\theta}$

$$\frac{\frac{\cos\theta}{\text{sen}\,\theta}}{\frac{\cos\theta}{1}} = \frac{1}{\text{sen}\,\theta}$$

$$\frac{\cos\theta}{\text{sen}\,\theta\ \cos\theta} = \frac{1}{\text{sen}\,\theta}$$

$$\frac{1}{\text{sen}\,\theta} = \frac{1}{\text{sen}\,\theta}$$

14 $\frac{\text{sen}\,\theta}{\csc\theta} + \frac{\cos\theta}{\sec\theta} = 1$

$$\frac{\text{sen}\,\theta}{\frac{1}{\text{sen}\,\theta}} + \frac{\cos\theta}{\frac{1}{\cos\theta}} = 1$$

$$\frac{\frac{\text{sen}\,\theta}{1}}{\frac{1}{\text{sen}\,\theta}} + \frac{\frac{\cos\theta}{1}}{\frac{1}{\cos\theta}} = 1$$

$$\frac{\text{sen}\,\theta\ \text{sen}\,\theta}{1} + \frac{\cos\theta\ \cos\theta}{1} = 1$$

$$\text{sen}^2\,\theta + \cos^2\theta = 1$$

$$1 = 1$$

9 $(\text{sen}\,A + \cos A)^2 + (\text{sen}\,A - \cos A)^2 = 2$

$$\text{sen}^2 A + 2\,\text{sen}\,A\,\cos A + \cos^2 A + \text{sen}^2 A - 2\,\text{sen}\,A\,\cos A + \cos^2 A = 2$$

$$\text{sen}^2 A + \cos^2 A + \text{sen}^2 A + \cos^2 A = 2$$

$$1 + 1 = 2$$

Ley de senos y cosenos 3er evaluación presencial

La ley de senos y la ley de cosenos nos sirven para resolver cualquier tipo de triángulo

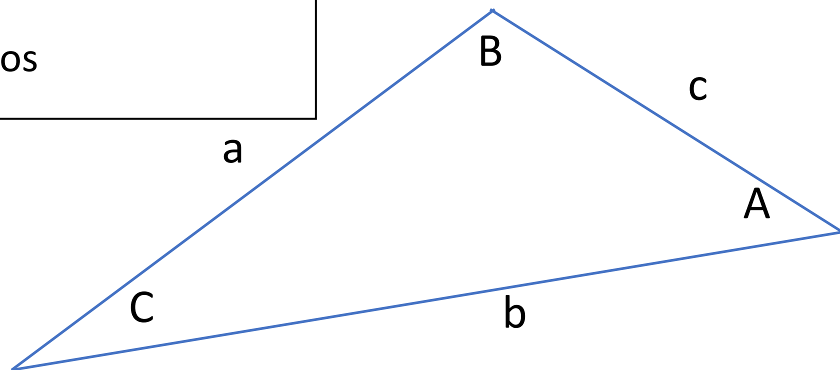
*Rectángulo: los que tienen un ángulo de 90°

*Oblicuángulos: los que no tienen un ángulo de 90°

Son siete formulas

Las letras minúsculas representan lados

Las letras mayúsculas representan ángulos



LEY DE SENOS

$$\frac{sen\,A}{a} = \frac{sen\,B}{b} = \frac{sen\,C}{c}$$

LEY DE COSENOS

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\ \cos A$$

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\ \cos B$$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\ \cos C$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

Cuando dan lados y ángulos

Cuando dan solo lados

Para aplicarlas debemos sustituir los valores que nos dan en las fórmulas y analizar cual podemos aplicar para encontrar las incógnitas

Actividad 3.9 Ley de senos y cosenos

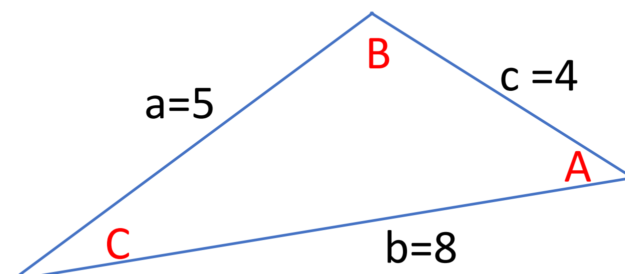
Resolver los siguientes triángulos en hojas anexas (encontrar los tres lado y los tres ángulos)

N°	a	b	c	A	B	C
1	5	8	4			
2	7	9	3			
3	12	7	9			
4	5	4	3			
5	6	10	8			
6	8	16		30°15’		
7		9	5		72.5	
8	7		4			58°20’
9		10	8		80°15’	
10	5	6		49.8		
11	9	10				70.3
12	8		6		80.5	
13		7	8	70.6		
14	5		4		65.7	
15		9	8	81°15’		
16	10			20.15	30.6	
17		11			76.5	50.4
18			12	47.6		96.8
19			13	101.3	27.5	
20		14			96.5	36.7

Actividad 3.9 Ley de senos y cosenos

Resolver los siguientes triángulos (encontrar los tres lado y los tres ángulos)

N°	a	b	c	A	B	C
1	5	8	4	31.78	125.45	24.4



$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos A = \frac{8^2 + 4^2 - 5^2}{2(8)(4)}$$

$$\cos A = \frac{64 + 16 - 25}{2(8)(4)}$$

$$\cos A \approx 0.85$$

$$A \approx arc \cos(0.85)$$

Shif cos (0.85)= 31.78

$$A \approx 31.78°$$

$$cos\ B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$cos\ B = \frac{5^2 + 4^2 - 8^2}{2(5)(4)}$$

$$cos\ B = \frac{25 + 16 - 64}{2(5)(4)}$$

$$cos\ B \approx -0.58$$

$$B \approx arc\ cos(-0.58)$$

$$B \approx 125.45°$$

$$cos\ C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

$$cos\ C = \frac{5^2 + 8^2 - 4^2}{2(5)(8)}$$

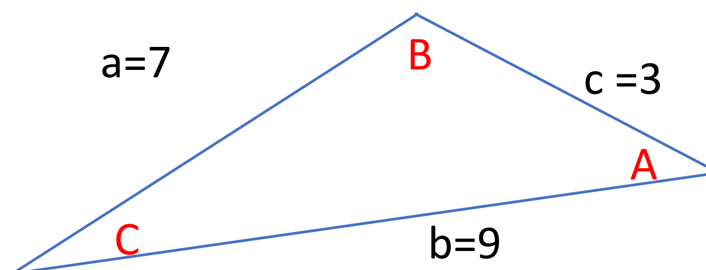
$$cos\ C = \frac{25 + 64 - 16}{2(5)(8)}$$

$$cos\ C \approx 0.91$$

$$C \approx arc\ cos(0.91)$$

$$C \approx 24.4°$$

N°	a	b	c	A	B	C
2	7	9	3	*40.53*	123.37	16.26



$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos A = \frac{9^2 + 3^2 - 7^2}{2(9)(3)}$$

(81+9-49)/(2*9*3)=0.7592...

$$\cos A = 0.7592...$$

$$\cos A \approx 0.76$$

$$A \approx arc \cos(0.76)$$

$$A \approx 40.53$$

$$cos\ B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos B = \frac{7^2 + 3^2 - 9^2}{2(7)(3)}$$

$$\cos B = \frac{49 + 9 - 81}{2(7)(3)}$$

$$\cos B \approx -0.5476...$$

$$B \approx arc \cos(-0.55)$$

$$B \approx 123.37$$

$$cos\ C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

$$\cos C = \frac{7^2 + 9^2 - 3^2}{2(7)(9)}$$

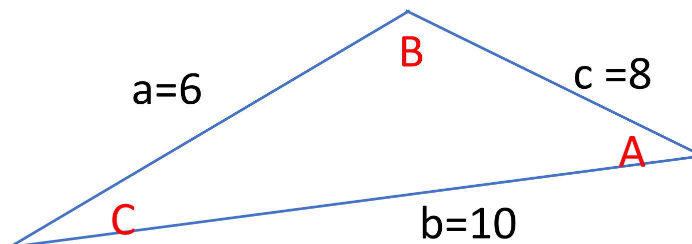
$$\cos C = \frac{49 + 81 - 9}{2(7)(9)}$$

$$\cos C \approx 0.9603...$$

$$C \approx arc \cos(0.96)$$

$$C \approx 16.26$$

N°	a	b	c	A	B	C
5	6	10	8	*36.86*	90	53.13



$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos A = \frac{10^2 + 8^2 - 6^2}{2(10)(8)} = \frac{100 + 64 - 36}{20 * 8}$$

(100+64-36)/(2*10*8)=$\frac{128}{160}$ =0.8…

$$\cos A = \frac{64}{80} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} \ldots$$

$$\cos A \approx 0.8$$

$$A \approx arc\cos\left(\frac{4}{5}\right)$$

$$A \approx 36.86$$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos B = \frac{6^2 + 8^2 - 10^2}{2(6)(8)}$$

$$\cos B = \frac{36 + 64 - 100}{2(6)(8)}$$

$$\cos B \approx 0\ldots$$

$$B \approx arc\cos(0)$$

$$B \approx 90$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

$$\cos C = \frac{6^2 + 10^2 - 8^2}{2(6)(10)}$$

$$\cos C = \frac{36 + 100 - 64}{2(6)(10)}$$

$$\cos C \approx 0.6\ldots$$

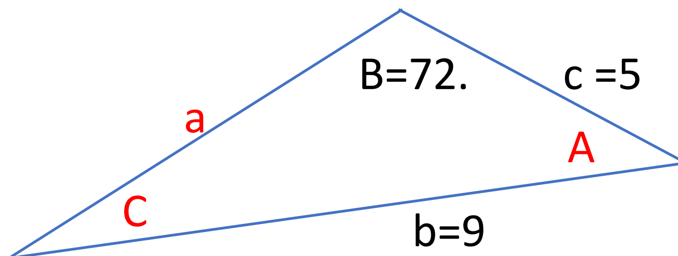
$$C \approx arc\cos(0.72)$$

$$C \approx 53.13$$

Actividad 3.9 Ley de senos y cosenos

Resolver los siguientes triángulos (encontrar los tres lado y los tres ángulos)

N°	a	b	c	A	B	C
7	9.16	9	5	76.17	72.5	31.33



$$\frac{sen\,A}{a} = \frac{sen\,B}{b} = \frac{sen\,C}{c}$$

$\frac{sen\,B}{b} = \frac{sen\,C}{c}$ no conozco <C

$$\frac{sen\,72.5}{9} = \frac{sen\,C}{5}$$

$$\frac{5\,sen\,72.5}{9} = sen\,C$$

5 sen (72.5)/9= 0.52

$$sen\,C = 0.52$$

$$C = arc\,sen(0.52)$$

$$C = 31.33$$

Para el angulo A usamos sumatoria de angulos interiores de un triangulo =180

$$A + B + C = 180$$

$$A + 72.5 + 31.33 = 180$$

$$A = 76.17$$

Para el lado a

$$\frac{sen\,A}{a} = \frac{sen\,B}{b}$$

$$\frac{sen\,76.17}{a} = \frac{sen\,72.5}{9}$$

$$9\,sen\,76.17 = a\,sen\,72.5$$

$$\frac{9\ \ sen\,76.17}{sen\,72.5} = a$$

$$9.16 = a$$

N°	a	b	c	A	B	C
8	7		4			58°20’

$$\frac{sen\ A}{a} = \frac{sen\ B}{b} = \frac{sen\ C}{c}$$

$\frac{sen\ A}{a} = \frac{sen\ C}{c}$ no conozco <A

$\frac{sen\ A}{7} = \frac{sen\ 58°20'}{4}$

$sen\ A = \frac{7\ \ sen\ 58°20'}{4}$

7 sen (58°20’)/4= 1.48

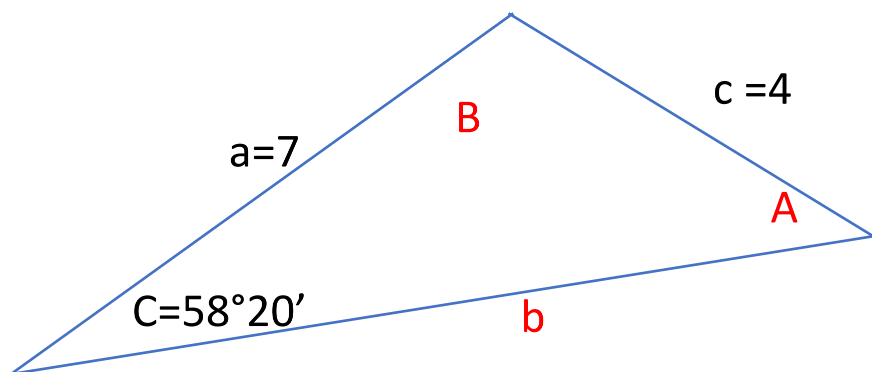
$sen\ A = 1.48$ *el seno no puede ser mayor a 1*

$A = arc\ sen(1.48) = error\ matematico$

No se puede resolver

Esta mal planteado el problema

No tiene solución



N°	a	b	c	A	B	C
10	5	6		49.8		

$$\frac{sen\ A}{a} = \frac{sen\ B}{b} = \frac{sen\ C}{c}$$

$\frac{sen\ A}{a} = \frac{sen\ B}{b}$

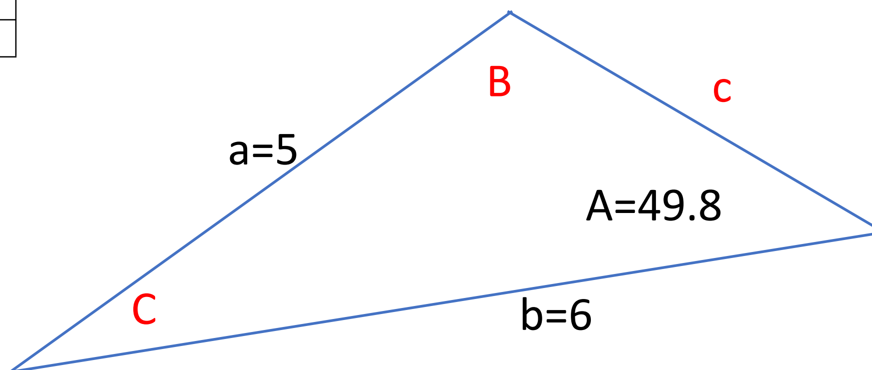
$\frac{sen\ 49.8}{5} = \frac{sen\ B}{6}$

$\frac{6\ \ sen\ 49.8}{5} = sen\ B$

$sen\ B = 0.9165 ... \approx 0.92$

$B = arc\ sen(0.92)$

$B = 66.92$



Para el < C

Para el angulo C usamos sumatoria de angulos interiores de un triangulo =180

$$A + B + C = 180$$

$$49.8 + 66.92 + C = 180$$

$$C = 180 - 49.8 - 66.92$$

$$C \approx 63.28$$

Para el c

$\frac{sen\ A}{a} = \frac{sen\ C}{c}$

$\frac{sen\ 49.8}{5} = \frac{sen\ 63.28}{c}$

$c\ sen\ 49.8 = 5\ \ sen\ 63.28$

$c\ = \frac{5\ \ sen\ 63.28}{sen\ 49.8}$

$c \approx 5.8472...$

$c \approx 5.85$

Actividad 3.9 Ley de senos y cosenos

Resolver los siguientes triángulos (encontrar los tres lado y los tres ángulos)

N°	a	b	c	A	B	C
11	9	10	10.97	49.90	58.21	70.3

$$\frac{sen\,A}{a} = \frac{sen\,B}{b} = \frac{sen\,C}{c}$$

No se puede resolver por ley de seno

Intentaremos por ley de cosenos

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\ \cos A$

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\ \cos B$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\ \cos C$

Utilizamos la fórmula de c^2 porque solo tiene una incógnita

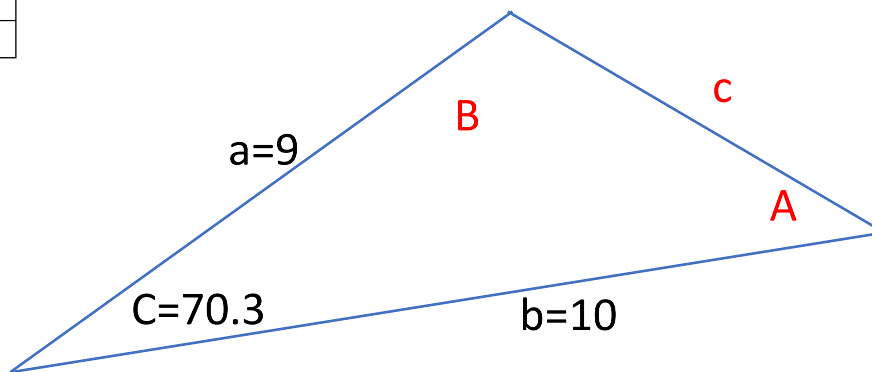
$$c^2 = 9^2 + 10^2 - 2(9)(10)\ \cos(70.3)$$

$$9^2 + 10^2 - 2(9)(10)\cos(70.3) \approx 120.3228\ldots$$

$$c^2 \approx 120.32$$

$$c \approx \sqrt{120.32}$$

$$c \approx 10.97$$



Para el < B

$$\frac{sen\,B}{b} = \frac{sen\,C}{c}$$

$$\frac{sen\,B}{10} = \frac{sen\,70.3}{10.97}$$

$$sen\,B \approx \frac{10\ \ sen\,70.3}{10.97}$$

$$sen\,B \approx 0.85$$

$$B \approx arc\,sen\,(0.85)$$

$$B \approx 58.21$$

Para el <A

$$\frac{sen\,A}{a} = \frac{sen\,B}{b}$$

$$\frac{sen\,A}{9} = \frac{sen\,58.21}{10}$$

$$sen\,A \approx \frac{9\ \ sen\,58.21}{10}$$

$$sen\,A \approx 0.7649\ldots$$

$$A \approx arc\,sen\,(\,0.7649\ldots)$$

$$A \approx 49.90$$

N°	a	b	c	A	B	C
18	8.92		12	47.6		96.8

$$\frac{sen\,A}{a} = \frac{sen\,B}{b} = \frac{sen\,C}{c}$$

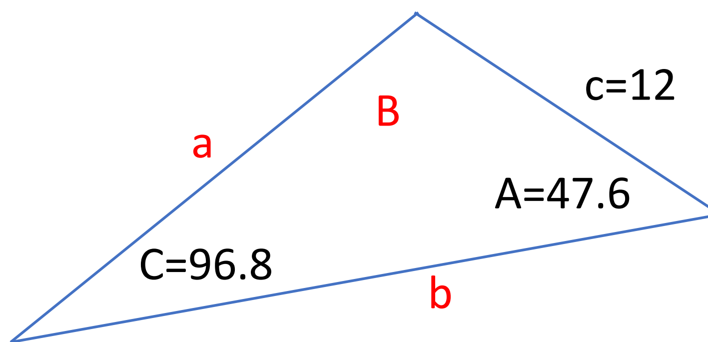
$$\frac{sen\,A}{a} = \frac{sen\,C}{c}$$

$$\frac{sen\,47.6}{a} = \frac{sen\,96.8}{12}$$

$$12\ sen\,47.6 = a\ sen\,96.8$$

$$\frac{12\ sen\,47.6}{sen\,96.8} = a$$

$$a = 8.92$$



Para el < B

Sabemos que la sumatoria de ángulos interiores e un triángulo es 180

$$A + B + C = 180$$

$$B = 180 - A - C$$

$$B = 180 - 47.6 - 96.8$$

$$B = 35.6$$

Para b

$$\frac{sen\,A}{a} = \frac{sen\,B}{b}$$

$$\frac{sen\,47.6}{8.92} = \frac{sen\,35.6}{b}$$

$$b\ sen\,47.6 = 8.92\ sen\,35.6$$

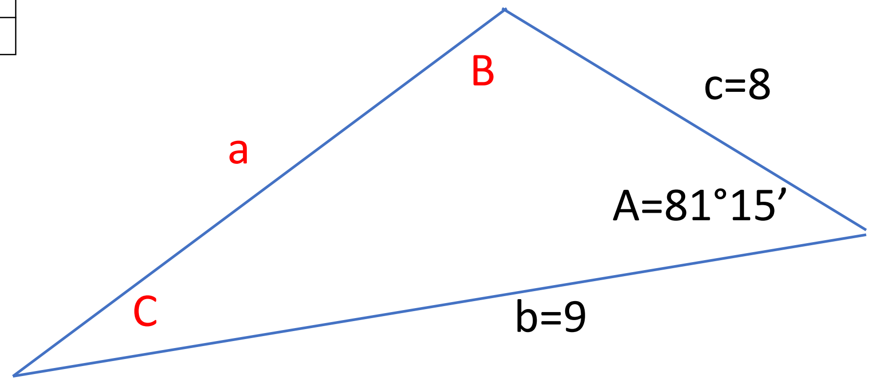
$$b = \frac{8.92\ sen\,35.6}{sen\,47.6}$$

$$b = 7.02$$

Actividad 3.9 Ley de senos y cosenos

Resolver los siguientes triángulos (encontrar los tres lado y los tres ángulos)

N°	a	b	c	A	B	C
15		9	8	81°15’		



$$\frac{sen\,A}{a} = \frac{sen\,B}{b} = \frac{sen\,C}{c}$$

No se puede resolver por ley de seno

Intentaremos por ley de cosenos

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\ \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\ \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\ \cos C$$

Utilizamos la fórmula de a^2 porque solo tiene una incógnita

$$a^2 = 9^2 + 8^2 - 2(9)(8)\ \cos(81°15')$$

$$9^2 + 8^2 - 2(9)(8)\cos(81°15') \approx 123.09...$$

$$a^2 \approx 123.1$$

$$a \approx \sqrt{123.1}$$

$$a \approx 11.09$$

Para el < B

$$\frac{sen\,A}{a} = \frac{sen\,B}{b}$$

$$\frac{sen\,(81°15')}{11.09} = \frac{sen\,B}{9}$$

$$\frac{9\ \ sen\,(81°15')}{11.09} = sen\,B$$

$$sen\,B = 0.80...$$

$$B = arc\ sen\,0.80$$

$$B = 53.13$$

Para el <C puedo usar:

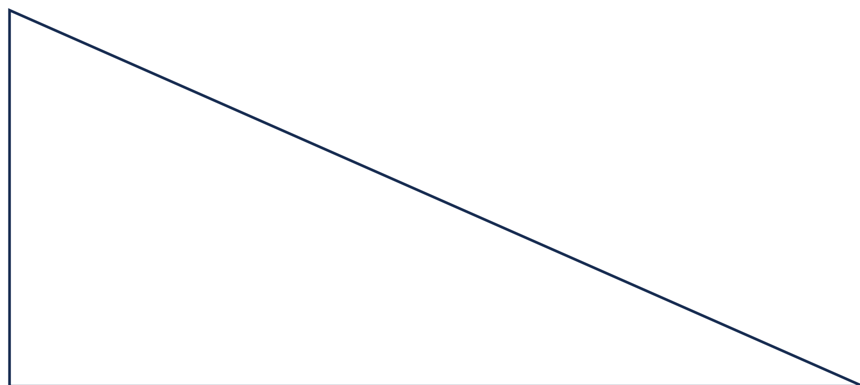
Ley de senos, ley de cosenos o sumatoria de angulos

$$A + B + C = 180$$

$$C = 180 - A - B$$

$$C = 180 - 81°15' - 53.13$$

$$C = 45.62 = 45°37'12''$$



X=5

10

X+1

x+3

Apellido paterno, materno, nombre 3er Evaluación de: Geometría y trigonometría , Profesor: Carlos Núñez Vence

Iniciales
Grupo
Fecha
Hoja _ de __
Todas las hojas

Obligatorio tener apuntes completos, legibles, con fecha título y enunciados

Si la evaluación no tiene desarrollo completo legible, limpio y ordenado no tengo derecho a calificación Resultado en un recuadro con tinta o marca texto

En cada caso determinar las seis razones trigonométricas y los ángulos e los cuadrantes indicados.

	Razón	Cuadrante
1.-	$sen\ Q = -\frac{6}{8}$	IV
2-	$\cos R = -\frac{3}{9}$	III
3.-	$\tan S = -4$	IV
4.-	$\cot\ A = -\frac{8}{4}$	II
5.-	$\sec\ \theta = -\frac{6}{4} = \frac{12}{4}\frac{H}{CA}$	II
6.-	$\csc\ \beta = -2$	III

7 Apoyándote con el circulo trigonométrico grafica la función seno (rojo), coseno(azul) y tangente(negro)

Sin utilizar calculadora realizar las siguientes operaciones

8 $\frac{sen\ \frac{\pi}{6} - \sec\ \frac{\pi}{3}}{\tan\frac{\pi}{6}} =$ 9 $\frac{csc\ \frac{\pi}{4} - \cot\ \frac{\pi}{3}}{\tan\frac{\pi}{6}} =$

10 $\frac{sen\ \frac{\pi}{6} * \cos\ \frac{\pi}{3}}{\tan\frac{\pi}{3}} =$ 11 $sen^2\ \frac{\pi}{3} + cos^2\ \frac{\pi}{3} =$

Demuestra las siguientes identidades trigonométricas

12 $sen\ P \sec P = \tan P$ 13 $\frac{sen\beta}{\csc\beta} + \frac{\cos\beta}{\sec\beta} = 1$

14 $tan\, x + cot\, x = secx\ \ cscx$

15 $(sec\, y - tan\, y)(sec\, y + tan\, y) = 1$

Resolver los siguientes triángulos rectángulos

	a	b	c	A	B	C
16	8	9				90
17		6	8			90
18	6	8	10			
19	1		2			90

Resolver los siguientes triángulos oblicuángulos

20	a	b	c	A	B	C
21	8	9			72	
22		6	8	36		
23	6	8	11			
24	4	3	2			

25 Desde una avioneta que se encuentra a 680 m de altura se observa un náufrago al con un Angulo de depresión de 35.6° y en ese momento se observa un barco con un Angulo de depresión de 48.72°

¿A qué distancia se encuentra el náufrago del barco de rescate si:

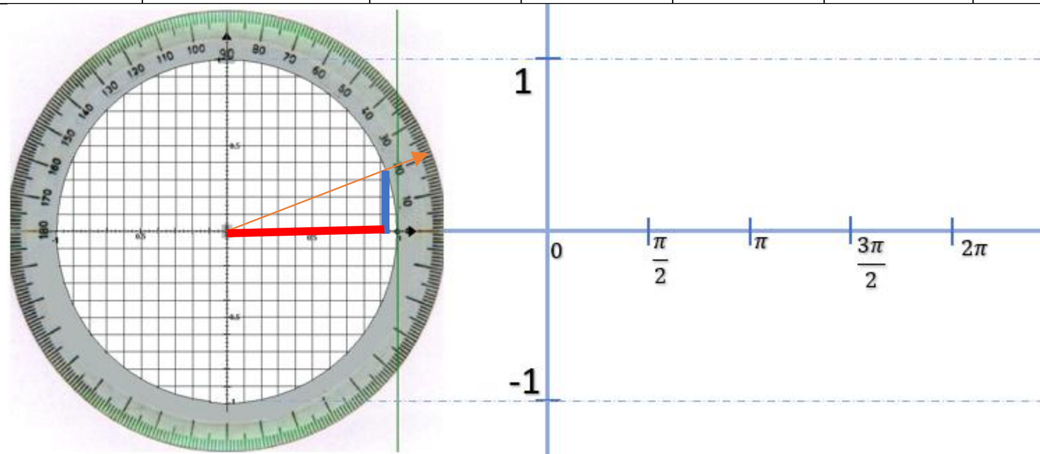
Los dos están al norte de la avioneta

El barco esta al norte y el náufrago al sur

¿El barco esta al norte el náufrago esta al oeste de la avioneta?

7 b) Determinar el seno, coseno y tangente de manera grafica sin calculadora para los siguientes ángulos:

	$20°$	$120°$	$190°$	$320°$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{5}$	$\frac{7\pi}{5}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{9\pi}{5}$
$sen\ \theta$	0.35								
$cos\ \theta$	0.94								
$tan\ \theta$	0.35/0.94=0.37								



X+1 10x+3 X=5

Apellido paterno, materno, nombre 3er Evaluación de: Geometría y trigonometría , Profesor: Carlos Núñez Vence

Iniciales
Grupo
Fecha
Hoja _ de __
Todas las hojas

Obligatorio tener apuntes completos, legibles, con fecha título y enunciados

Si la evaluación no tiene desarrollo completo legible, limpio y ordenado no tengo derecho a calificación   Resultado en un recuadro con tinta o marca texto

En cada caso determinar las seis razones trigonométricas y los ángulos e los cuadrantes indicados.

	Razón	Cuadrante
1.-	$sen\ Q = -\frac{6}{8}$	IV
2-	$\cos R = -\frac{3}{9}$	III
3.-	$\tan S = -4$	IV
4.-	$\cot\ A = -\frac{8}{4}$	II
5.-	$\sec\ \theta = -\frac{6}{4} = \frac{12}{4}\frac{H}{CA}$	II
6.-	$\csc\ \beta = -2$	III

7 Apoyándote con el circulo trigonométrico grafica la función seno (rojo), coseno(azul) y tangente(negro)

Sin utilizar calculadora realizar las siguientes operaciones

8 $\dfrac{sen\frac{\pi}{6} - \sec\frac{\pi}{3}}{\tan\frac{\pi}{6}} =$ 9 $\dfrac{csc\frac{\pi}{4} - \cot\frac{\pi}{3}}{\tan\frac{\pi}{6}} =$

10 $\dfrac{sen\frac{\pi}{6} * \cos\frac{\pi}{3}}{\tan\frac{\pi}{3}} =$ 11 $sen^2\frac{\pi}{3} + cos^2\frac{\pi}{3} =$

Demuestra las siguientes identidades trigonométricas

12 $sen\ P \sec P = \tan P$ 13 $\dfrac{sen\beta}{\csc\beta} + \dfrac{\cos\beta}{\sec\beta} = 1$

14 $\tan x + \cot x = secx\ \ cscx$

15 $(sec\,y - tan\,y)(sec\,y + tan\,y) = 1$

Resolver los siguientes triángulos rectángulos

	a	b	c	A	B	C
16	8	9				90
17		6	8			90
18	6	8	10			
19	1		2			90

Resolver los siguientes triángulos oblicuángulos

20	a	b	c	A	B	C
21	8	9			72	
22		6	8	36		
23	6	8	11			
24	4	3	2			

25 Desde una avioneta que se encuentra a 680 m de altura se observa un náufrago al con un Angulo de depresión de 35.6° y en ese momento se observa un barco con un Angulo de depresión de 48.72°

¿A qué distancia se encuentra el náufrago del barco de rescate si:

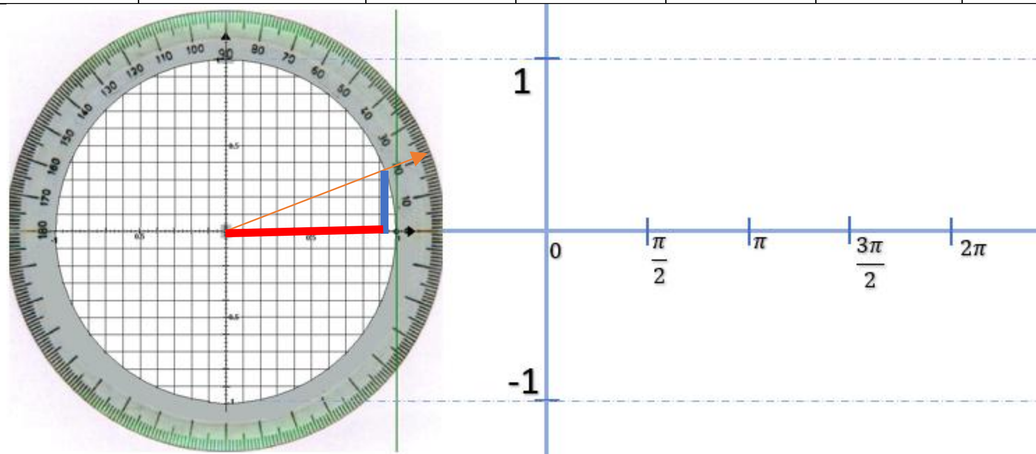
Los dos están al norte de la avioneta

El barco esta al norte y el náufrago al sur

¿El barco esta al norte el náufrago esta al oeste de la avioneta?

7 b) Determinar el seno, coseno y tangente de manera grafica sin calculadora para los siguientes ángulos:

	$20°$	$120°$	$190°$	$320°$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{5}$	$\frac{7\pi}{5}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{9\pi}{5}$
$sen\ \theta$	0.35								
$cos\ \theta$	0.94								
$tan\ \theta$	0.35/0.94=0.37								



Se deben presentar apuntes completos para tener derecho a evaluación

No se permite el acceso con celular al salón

Desarrollo completo, legible, limpio y ordenado para ser considerado el ejercicio

Resultado en un recuadro con tinta y marca texto

1.- Define función

2.- ¿Cómo puedes saber si una gráfica representa una función?

3.- Graficar la forma exponencial y logarítmica de la función $y = \left(\frac{3}{2}\right)^x$

4.- Representa en forma exponencial o logarítmica las siguientes expresiones:

$a) \log(3-4e) = x \quad b) \ln\left(\frac{a}{bc}\right) = \frac{a}{2b} \quad c) \left(\frac{5}{3}\right)^w = P$

$d) e^{y-3x} = a-b \quad e) 10^e = a+b \quad f) \log_{ax+b}(a+b) = N$

5.- Aplicando las propiedades de los logaritmos simplifica a un solo logaritmo

$a) -\frac{1}{2}\ln A - \frac{2}{3}\ln B + 7\ln C + 3\ln W$

$b) -2\log_{\sqrt{2}} A - 3\log_{\sqrt{2}} B + b\log_{\sqrt{2}} A - \frac{1}{3}\log_{\sqrt{2}} N$

6) Aplicando las propiedades de los logaritmos desarrolla los siguientes logaritmos

$a) \log_2 \frac{A^6 D}{\sqrt[4]{B\,C}} = \quad b) \ln \frac{1}{\sqrt{A^2B^3C^4D^8}}$

7) Si, $\log 2 = 0.301 \quad \log 3 = 0.477 \quad \log 5 = 0.699 \quad \log 7 = 0.845 \quad \log 11 = 1.041$, Determina:

$a) \log \frac{\sqrt{24}}{11^3 * \sqrt{5}} \quad b) \log \frac{5^2 \sqrt[4]{21}}{9 * 2^7}$

8) Aplicando logaritmos y anti logaritmos determinar el valor de x

$\frac{3^5 \sqrt{7} \sqrt[3]{4}}{\sqrt{22}\ 5^4} = x$

9) Resolver las siguientes ecuaciones exponenciales o logarítmicas

$a) 16^{5x-2} = 8^{5x+3} \quad b) 5.4^{4x-2} = 27^{x-2} \quad c) \log_{\sqrt{2x-3}}(6x-14) = 2$

$d) \log_{2\sqrt{2}}(3x-4) = 2 \quad e) \log_{\sqrt{7}}(x+4) = 2 + \log_{\sqrt{7}}(x+5) - \log_{\sqrt{7}}(x+3)$

$f)) \log(x-3) + \log(x+4) = \log(5x-4)$

10) El modelo matemático que rige el crecimiento de una población de seres vivos es:

$$P(t) = P_0 e^{kt}$$

Después de 40 horas 100 bacterias se convirtieron en 1200, aplicando la formula anterior determina

a) El valor de la constante k
b) La cantidad de bacterias en 1 día
c) La cantidad de bacterias en 5 días
d) En cuanto tiempo habrá 100 000 bacterias
e) En cuanto tiempo habrá 5 000 000 bacterias

Grupo
Iniciales
Fecha
Hoja

Se deben presentar apuntes completos para tener derecho a evaluación

No se permite el acceso con celular al salón

Desarrollo completo, legible, limpio y ordenado para ser considerado el ejercicio

Resultado en un recuadro con tinta y marca texto

1.- Define función

2.- ¿Explica la regla de la vertical para identificar si una gráfica representa una función o una correlación?

3.- Graficar la forma exponencial y logarítmica de la función $y(x) = (2)^x$

4.- Representa en forma exponencial o logarítmica las siguientes expresiones:

$a)\ log\,(4x - y) = b \quad b)\ ln\left(\frac{a}{bc}\right) = \frac{a}{2b} \quad c)\left(\frac{4}{5}\right)^w = P$

$d)e^{y-3x} = a - b \quad e)10^e = a + b \quad f)\ log_{ax+b}\,(a+b) = N$

5.- Aplicando las propiedades de los logaritmos simplifica a un solo logaritmo

$a) -\frac{1}{2}\ln A - \frac{2}{3}\ln B + 7\ln C + 3\ln W$

$b) - 2\log_{\sqrt{2}} A - 3\log_{\sqrt{2}} B + b\ \log_{\sqrt{2}} A - \frac{1}{3}\log_{\sqrt{2}} N$

6) Aplicando las propiedades de los logaritmos desarrolla el siguiente logaritmo $log_2\ \frac{A^6 D}{\sqrt[4]{B\,C}} =$

7) Si, $\log 2 = 0.301 \quad \log 3 = 0.477 \quad \log 5 = 0.699 \quad \log 7 = 0.845 \quad \log 11 = 1.041$, Determinar: $log\,\frac{63}{\sqrt{10}} =$

8) Resolver las siguientes ecuaciones exponenciales o logarítmicas

$a)\ 16^{3x-2} = 32^{4x-2} \quad b)3.2^{\ 4x-2} = 27^{x-2} \quad c)\log_{\sqrt{9x-4}}(6x - 14) = 2$

$d)\log_{3\sqrt{2}}(3x - 4) = 2 \quad e)\log_{\sqrt{3}}(x + 4) = 2 + \log_{\sqrt{3}}(x + 5) - \log_{\sqrt{3}}(x + 3)$

$f)\ )\ \log_6(x - 3) + \log_6(x + 4) = \log_6(5x - 4)$

1.- Define función

2.- ¿Explica la regla de la vertical para identificar si una gráfica representa una función o una correlación?

3.- Graficar la forma exponencial y logarítmica de la función $y(x) = (2)^x$

4.- Representa en forma exponencial o logarítmica las siguientes expresiones:

$a)\ log\,(4x-y) = b \quad b)\ ln\left(\frac{a}{bc}\right) = \frac{a}{2b} \quad c)\left(\frac{4}{5}\right)^w = P$

$d) e^{y-3x} = a - b \quad e) 10^e = a + b \quad f)\ log_{ax+b}\,(a+b) = N$

5.- Aplicando las propiedades de los logaritmos simplifica a un solo logaritmo

$a) -\frac{1}{2}\ln A - \frac{2}{3}\ln B + 7\ln C + 3\ln W$

$b) -2\log_{\sqrt{2}} A - 3\log_{\sqrt{2}} B + b\ \log_{\sqrt{2}} A - \frac{1}{3}\log_{\sqrt{2}} N$

6) Aplicando las propiedades de los logaritmos desarrolla el siguiente logaritmo $log_2 \ \frac{A^6 D}{\sqrt[4]{B\,C}} =$

7) Si, $\log 2 = 0.301 \quad \log 3 = 0.477 \quad \log 5 = 0.699 \quad \log 7 = 0.845 \quad \log 11 = 1.041$, Determinar: $log\,\frac{63}{\sqrt{10}} =$

8) Resolver las siguientes ecuaciones exponenciales o logarítmicas

$a)\ 16^{3x-2} = 32^{4x-2} \quad b) 3.2^{\ 4x-2} = 27^{x-2} \quad c) \log_{\sqrt{9x-4}}\,(6x-14) = 2$

$d) \log_{3\sqrt{2}}\,(3x-4) = 2 \quad e) \log_{\sqrt{3}}\,(x+4) = 2 + \log_{\sqrt{3}}\,(x+5) - \log_{\sqrt{3}}\,(x+3)$

$f)\ ) \log_6\,(x-3) + \log_6\,(x+4) = \log_6\,(5x-4)$

1.- Define función

2.- ¿Explica la regla de la vertical para identificar si una gráfica representa una función o una correlación?

3.- Graficar la forma exponencial y logarítmica de la función $y(x) = (2)^x$

4.- Representa en forma exponencial o logarítmica las siguientes expresiones:

$a)\ log\,(4x-y) = b \quad b)\ ln\left(\frac{a}{bc}\right) = \frac{a}{2b} \quad c)\left(\frac{4}{5}\right)^w = P$

$d) e^{y-3x} = a - b \quad e) 10^e = a + b \quad f)\ log_{ax+b}\,(a+b) = N$

5.- Aplicando las propiedades de los logaritmos simplifica a un solo logaritmo

$a) -\frac{1}{2}\ln A - \frac{2}{3}\ln B + 7\ln C + 3\ln W$

$b) -2\log_{\sqrt{2}} A - 3\log_{\sqrt{2}} B + b\ \log_{\sqrt{2}} A - \frac{1}{3}\log_{\sqrt{2}} N$

6) Aplicando las propiedades de los logaritmos desarrolla el siguiente logaritmo $log_2 \ \frac{A^6 D}{\sqrt[4]{B\,C}} =$

7) Si, $\log 2 = 0.301 \quad \log 3 = 0.477 \quad \log 5 = 0.699 \quad \log 7 = 0.845 \quad \log 11 = 1.041$, Determinar: $log\,\frac{63}{\sqrt{10}} =$

8) Resolver las siguientes ecuaciones exponenciales o logarítmicas

$a)\ 16^{3x-2} = 32^{4x-2} \quad b) 3.2^{\ 4x-2} = 27^{x-2} \quad c) \log_{\sqrt{9x-4}}\,(6x-14) = 2$

$d) \log_{3\sqrt{2}}\,(3x-4) = 2 \quad e) \log_{\sqrt{3}}\,(x+4) = 2 + \log_{\sqrt{3}}\,(x+5) - \log_{\sqrt{3}}\,(x+3)$

$f)\ ) \log_6\,(x-3) + \log_6\,(x+4) = \log_6\,(5x-4)$

1.- Define función

2.- ¿Explica la regla de la vertical para identificar si una gráfica representa una función o una correlación?

3.- Graficar la forma exponencial y logarítmica de la función $y(x) = (2)^x$

4.- Representa en forma exponencial o logarítmica las siguientes expresiones:

$a)\ log\,(4x - y) = b \quad b)\ ln\left(\frac{a}{bc}\right) = \frac{a}{2b} \quad c)\left(\frac{4}{5}\right)^w = P$

$d) e^{y-3x} = a - b \quad e) 10^e = a + b \quad f)\ log_{ax+b}\,(a + b) = N$

5.- Aplicando las propiedades de los logaritmos simplifica a un solo logaritmo

$a) -\frac{1}{2}\ln A - \frac{2}{3}\ln B + 7\ln C + 3\ln W$

$b) -2\log_{\sqrt{2}} A - 3\log_{\sqrt{2}} B + b\ \log_{\sqrt{2}} A - \frac{1}{3}\log_{\sqrt{2}} N$

6) Aplicando las propiedades de los logaritmos desarrolla el siguiente logaritmo $log_2\ \frac{A^6 D}{\sqrt[4]{B\,C}} =$

7) Si, $\log 2 = 0.301 \quad \log 3 = 0.477 \quad \log 5 = 0.699 \quad \log 7 = 0.845 \quad \log 11 = 1.041$, Determinar: $log\,\frac{63}{\sqrt{10}} =$

8) Resolver las siguientes ecuaciones exponenciales o logarítmicas

$a)\ 16^{3x-2} = 32^{4x-2} \qquad b) 3.2^{\,4x-2} = 27^{x-2} \qquad c) \log_{\sqrt{9x-4}}(6x - 14) = 2$

$d) \log_{3\sqrt{2}}(3x - 4) = 2 \qquad e) \log_{\sqrt{3}}(x + 4) = 2 + \log_{\sqrt{3}}(x + 5) - \log_{\sqrt{3}}(x + 3)$

$f)\ ) \log_6(x - 3) + \log_6(x + 4) = \log_6(5x - 4)$

1.- Define función

2.- ¿Explica la regla de la vertical para identificar si una gráfica representa una función o una correlación?

3.- Graficar la forma exponencial y logarítmica de la función $y(x) = (2)^x$

4.- Representa en forma exponencial o logarítmica las siguientes expresiones:

$a)\ log\,(4x - y) = b \quad b)\ ln\left(\frac{a}{bc}\right) = \frac{a}{2b} \quad c)\left(\frac{4}{5}\right)^w = P$

$d) e^{y-3x} = a - b \quad e) 10^e = a + b \quad f)\ log_{ax+b}\,(a + b) = N$

5.- Aplicando las propiedades de los logaritmos simplifica a un solo logaritmo

$a) -\frac{1}{2}\ln A - \frac{2}{3}\ln B + 7\ln C + 3\ln W$

$b) -2\log_{\sqrt{2}} A - 3\log_{\sqrt{2}} B + b\ \log_{\sqrt{2}} A - \frac{1}{3}\log_{\sqrt{2}} N$

6) Aplicando las propiedades de los logaritmos desarrolla el siguiente logaritmo $log_2\ \frac{A^6 D}{\sqrt[4]{B\,C}} =$

7) Si, $\log 2 = 0.301 \quad \log 3 = 0.477 \quad \log 5 = 0.699 \quad \log 7 = 0.845 \quad \log 11 = 1.041$, Determinar: $log\,\frac{63}{\sqrt{10}} =$

8) Resolver las siguientes ecuaciones exponenciales o logarítmicas

$a)\ 16^{3x-2} = 32^{4x-2} \qquad b) 3.2^{\,4x-2} = 27^{x-2} \qquad c) \log_{\sqrt{9x-4}}(6x - 14) = 2$

$d) \log_{3\sqrt{2}}(3x - 4) = 2 \qquad e) \log_{\sqrt{3}}(x + 4) = 2 + \log_{\sqrt{3}}(x + 5) - \log_{\sqrt{3}}(x + 3)$

$f)\ ) \log_6(x - 3) + \log_6(x + 4) = \log_6(5x - 4)$

$c)\ \log_{\sqrt{9x-4}}(6x-14)=2$

$\log_b N = E \quad \leftrightarrow \quad b^E = N$

$\left(\sqrt{9x-4}\right)^2 = 6x-14$

$9x-4 = 6x-14 \qquad 1°$

$9x-6x=-14+4$

$3x=-10$

$x=-\frac{10}{3}$

Apellido paterno, apellido materno, nombre 2a Evaluación de Geometría y trigonometría
Profesor: Carlos Núñez Vence

Grupo
Iniciales
Fecha
Hoja

Si la evaluación no tiene desarrollo completo legible, limpio y ordenado no sera considerada
Resultado en un recuadro con tinta

SE DEBEN PRSENTAR LOS APUNTES COMPLETOS PARA TENER DERECHO A EVALUACIÓN

1.- Define radian y haz un dibujo de un radian 0.25

2.- Escribe la fórmula para convertir de grado a radianes y la radianes a grados 0.25

3.- Completa el siguiente cuadro (escribe procedimientos 0.5

	Angulo	Grados (°)	Grados minutos segundos(° ‘ ‘’)	Radianes (rad)
1	59.23			
2	79° 20’ 57’’			
3	1.37 rad			
4	$\frac{3}{7}\pi$			

4.- Determinar el valor de las incógnitas y lo que se te pide en las siguientes figuras:

a) $7B+14$; $\frac{9}{2}w+51$; $6x-15$; $\frac{5}{2}y-12$; $4A-3$; $12x+10$

b) A; C; B; D; $2r+4$; $5r-3$; $\frac{5}{2}y-22$; $4w+3$; $3x$; $AB=38$; $CD=130$

c) 52; 110; A+12; $\frac{f}{3}$; 58; 5y-3; f; 92°; B; 22

d) C; B; D; E; O; A; $\frac{3}{2}y-10$; $\frac{7}{3}y+40$; $\frac{5}{2}y-12$; $\frac{5}{2}y-12$; $< BOD = 130°$; $<DOE=?$

e) $3y$; 8; $\frac{5x-3}{2}$; 6; $2y-4$; $4x+10$

5.- Si **a, b** y **c** son los lados de un triángulo rectángulo encuentra el valor de la incógnita en cada caso

a	b	c
$\sqrt{x-3}$	$\sqrt{2x-3}$	$2\sqrt{3}$
$x+2$	$x-4$	$x+6$

6) ¿Cuánto mide la diagonal de un cuadrado de lado igual a $3\sqrt{5}$?

7) ¿En cuál polígono se pueden trazar 25 diagonales más que lados?

8) Determinar el área y el perímetro de la siguiente figura si $r = 3\pi$

